

Sphärisches Außen-Malteserkreuzgetriebe

254

- Übertragungsgetriebe zur Umwandlung einer umlaufenden Drehung in eine umlaufende Drehung mit einer exakten Raste je Periode (Schrittrastgetriebe)
- Sphärisches viergliedriges Kurbelgetriebe

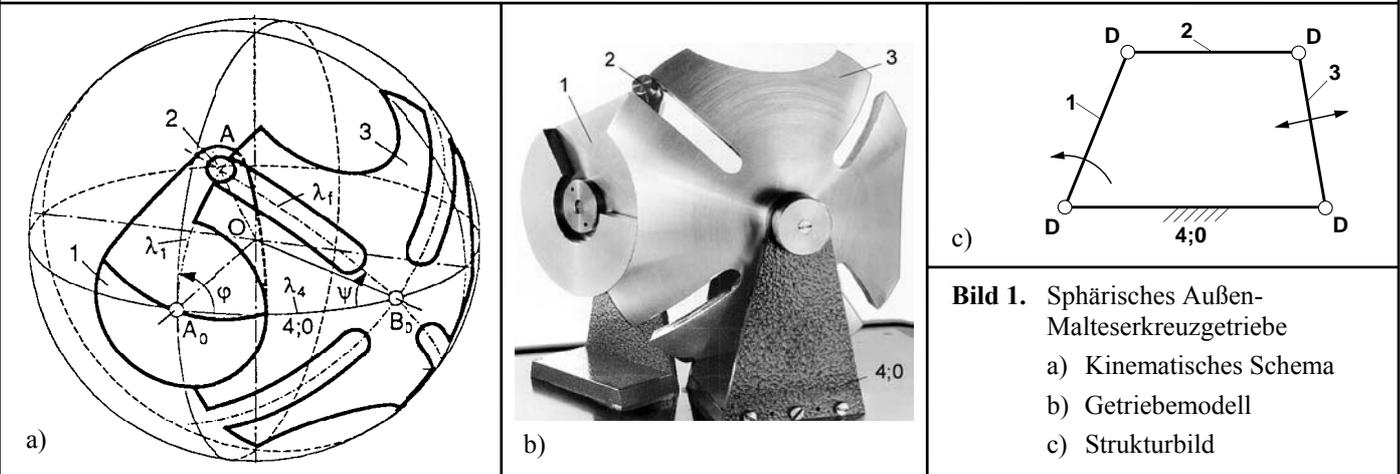


Bild 1. Sphärisches Außen-Malteserkreuzgetriebe
a) Kinematisches Schema
b) Getriebemodell
c) Strukturbild

Symbole im Strukturbild:

D für Drehung **S** für Schiebung **W** für Schraubung (Windung) ↻ Antriebsgelenk; ↔ Abtriebsglied
Beispiel **D₂S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

Zugriffsmerkmale:

Anzahl der Antriebsgelenke: 1, davon 1 am Gestell
Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 1 am Gestell
Anzahl der Glieder : 4, davon 4 binär
Anzahl der Gelenke : 4, davon 4 Drehgelenke(D)

Abmessungen:

$\sphericalangle A_0OB_0 = \lambda_4 = 60^\circ$; $\sphericalangle A_0OA = \lambda_1 = 37,7612^\circ$
 $\sphericalangle B_0OA^* = \lambda_1^* = 50,7685^\circ$;
 $z = 4$ (Anzahl der Schlitze des Malteserkreuzes).

Erläuterung:

Das sphärische Malteserkreuzgetriebe nach **Bild 1** hat als Antriebsglied eine um die Gestellachse A_0O umlaufende Kurbel 1, die auf der Achse AO einen kreiskegelförmigen Treiber (Bolzen, ggf. Rolle 2) trägt. Das Abtriebsglied ist das im Gestell $4:0$ um die Achse B_0O drehbar gelagerte Malteserkreuz 3, eine kreiskegelige Kalotte, in deren z Schlitze der Treiber nacheinander von außen eingreift. Alle Achsen des sphärischen Getriebes schneiden sich in dem Punkt O , um den man sich eine Einheitskugel gelegt denken kann. Die Gelenkachsen durchstoßen die Kugel in den Gelenkpunkten A_0, A, B_0 , die miteinander durch Großkreise, den Schnittlinien zwischen den Gliedebenen und der Kugel, zu einem sphärischen Dreieck verbunden sind. Die sphärischen Seitenlängen dieses Dreiecks sind die Bogenlängen $A_0A = \lambda_1$, $A_0B_0 = \lambda_4$ und $B_0A = \lambda_1$, wobei diese Strecke mit dem Kurbelwinkel $\varphi = \sphericalangle A_0A_0A$ veränderlich ist. Der Abtriebswinkel $\psi = \sphericalangle A_0B_0A$ wird zwischen der Gestellebene A_0OB_0 und der Schlitzmittelebene B_0OA gemessen.

Während der Bewegungsphase ist das Malteserkreuzgetriebe mit der sphärischen schwingenden Kurbelschleife (**Bild 2a,b**) mit derselben sphärischen Kurbellänge $\lambda_1 = A_0A$ und der sphärischen Gestelllänge $\lambda_4 = A_0B_0$ kinematisch gleichwertig, wobei dieses Getriebe einen Sonderfall der sphärischen Kurbelschleife A_0ABB_0 wegen $\lambda_2 = AB = \pi/2$ und $\lambda_3 = B_0B = \pi/2$ darstellt. Beim Treibereintritt bzw. -austritt steht der Kurbelgroßkreis A_0A^* senkrecht auf der Mittellinie

B_0A^* des betreffenden Schlitzes bzw. der Schleife 3. Die Stellungen entsprechen den Totlagen der Kurbelschleife, was bedeutet, dass die Winkelgeschwindigkeit des Abtriebsgliedes null ist. Beim Übergang von der Bewegungsphase in die Stillstandsphase bzw. umgekehrt wird somit ein Geschwindigkeitssprung (Stoß) vermieden. Dagegen tritt ein Beschleunigungssprung (Ruck) auf, weil die Normalbeschleunigung des Treibers in diesen Stellungen ihre Wirkung als Tangentialbeschleunigung des Malteserkreuzes auf null bzw. umgekehrt ändert. Bei dem vierschlitziigen Malteserkreuz-Modellgetriebe ist der Antriebsdrehwinkel für Schritt $\varphi_S \equiv 2\varphi^* = 126,8699^\circ$ und der für Rast $\varphi_R = 233,1301^\circ$, so dass bei einer Periode von $\varphi_S + \varphi_R = 360^\circ$ das Schritt-Perioden-Verhältnis $\nu_S = \varphi_S / (\varphi_S + \varphi_R) = 0,3524$ beträgt (**Bild 3**).

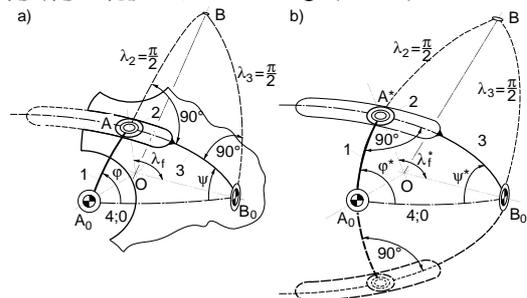


Bild 2. Schwingende Kurbelschleife als Ersatzgetriebe für das Malteserkreuzgetriebe
a) Allgemeine Stellung b) Totlagen

Literatur:

- [1] Dittrich, G.; Wehn, V.: Sphärisches Außen-Malteserkreuzgetriebe. Der Konstrukteur 22 (1991) Nr. 3, S. 11/12.
- [2] Meyer zur Capellen, W.: Sphärische Malteserkreuzgetriebe. Techn. Mitteilungen HdT 54 (1961) Nr. 7, S. 239/244.
- [3] Meyer zur Capellen, W., Dittrich, G., Janssen, B.: Systematik und Kinematik ebener und sphärischer Viergelenkgetriebe. Forschungsbericht Nr. 1611 des Landes Nordrhein-Westfalen. Köln: Westdeutscher Verlag 1966.

Autor: Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich
Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 18.02.2000

Übertragungsfunktionen:

Während der Bewegungsphase, d.h. für $-\varphi^* \leq \varphi \leq \varphi^*$, weist das sphärische Malteserkreuzgetriebe dieselben Übertragungsfunktionen (**Bild 4**) wie die entsprechende sphärische schwingende Kurbelschleife mit $\lambda_1 = 37,8^\circ$, $\lambda_2 = 90^\circ$, $\lambda_3 = 90^\circ$, $\lambda_4 = 60^\circ$ auf:

$$\mu = \frac{\tan \lambda_1}{\sin \lambda_4}; \quad v = \frac{\tan \lambda_1}{\tan \lambda_4} = \mu \cos \lambda_4;$$

$$\varphi^* = \arccos v;$$

$$\tan \psi = \frac{\mu \sin \varphi}{1 - v \cos \varphi};$$

$$\sin \psi = \frac{\mu \sin \varphi}{r}; \quad \cos \psi = \frac{1 - v \cos \varphi}{r};$$

$$r = \sqrt{(1 - v \cos \varphi)^2 + (\mu \sin \varphi)^2};$$

$$\psi' = \frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{\mu(\cos \varphi - v)}{r^2};$$

$$\psi'' = \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} = -\frac{\mu(\sin \varphi)}{r^4} [(1 - v^2) + (\mu^2 - v^2)(1 - 2v \cos \varphi + \cos^2 \varphi)].$$

Bei konstanter Antriebswinkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi} = d\varphi/dt$ der Kurbel 1 geben die Übertragungsfunktionen 1. und 2. Ordnung auch den Verlauf der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi} = d\psi/dt$ bzw. der Winkelbeschleunigung $\ddot{\psi} = d^2\psi/dt^2$ des Malteserkreuzes wieder:

$$\dot{\psi} = \psi' \dot{\varphi}; \quad \ddot{\psi} = \psi'' \dot{\varphi}^2 \text{ bei } \dot{\varphi} = \text{const.}$$

Das Extremum der bezogenen Winkelgeschwindigkeit

$$\psi'_{\text{ex}} = \dot{\psi}_{\text{ex}} / \dot{\varphi} = \frac{\mu}{1 - v} = \frac{\sin \lambda_1}{\sin(\lambda_4 - \lambda_1)}$$

tritt beim Kurbelwinkel $\varphi = 0^\circ$ auf.

Die Kurbelstellungen $\varphi_{\text{ex}\psi''}$, in denen das Malteserkreuz Extremwerte seiner bezogenen Winkelbeschleunigung $\psi'' = \ddot{\psi} / \dot{\varphi}^2$ annimmt, ergeben sich als Nullstellen der Funktion $\psi''' = d\psi''/d\varphi = 0$.

Durch Einsetzen der Werte $\varphi = \varphi_{\text{ex}\psi''}$ in die Gleichung $\psi'' = \psi''(\varphi)$ ergeben sich die Extremwerte der bezogenen Winkelbeschleunigung selbst. Die bezogene Winkelbeschleunigung springt beim Treibereintritt und -austritt bei $\varphi = \pm \varphi^*$ von null um

$$|\Delta \psi''(\varphi^*)| = \frac{\mu}{\sqrt{1 - v^2}} \frac{1}{1 + \mu^2 - v^2}.$$

Einige kinematische Kennwerte sind für sphärische Malteserkreuzgetriebe mit $3 \leq z \leq 8$ in der **Tabelle 1** angegeben.

z	ψ^* = $\varphi_s/2$	λ_4	λ_1	φ^* = $\varphi_s/2$	ψ'_{ex} bei $\varphi = 0^\circ$	$ \Delta \psi''(\varphi^*) $	$\varphi_{\text{ex}\psi''}$	ψ''_{ex}	m_{max}	v_s/m
3	60°	15°	12,95°	30,87°	6,2737	1,6450	± 4,90°	± 29,5656	5	0,172
		30°	25,66°	33,69°	5,7206	1,4073	± 5,38°	± 24,5670	5	0,187
		45°	37,76°	39,23°	4,8599	1,0825	± 6,34°	± 17,7065	4	0,218
		60°	48,59°	49,11°	3,7913	0,7578	± 8,15°	± 10,7413	3	0,273
		75°	56,77°	65,85°	2,6746	0,5200	± 11,62°	± 5,3012	2	0,366
		90°	60,00°	90,00°	1,9387	0,4367	± 18,28°	± 2,1716	2	0,500
4	45°	15°	10,55°	45,99°	2,3563	0,9665	± 11,76°	± 5,1476	3	0,256
		30°	20,71°	49,11°	2,1889	0,8750	± 12,69°	± 4,4341	3	0,273
		45°	30,00°	54,74°	1,9319	0,7500	± 14,46°	± 3,4406	3	0,304
		60°	37,76°	63,43°	1,6180	0,6250	± 17,46°	± 2,3958	2	0,352
		75°	43,08°	75,49°	1,2918	0,5335	± 22,37°	± 1,5058	2	0,419
		90°	45,00°	90,00°	1,1193	0,5057	± 30,36°	± 0,8801	2	0,500
6	30°	15°	7,44°	60,85°	0,9830	0,5677	± 23,37°	± 1,3036	2	0,338
		30°	14,48°	63,43°	0,9342	0,5413	± 24,83°	± 1,1756	2	0,352
		45°	20,70°	67,79°	0,8593	0,5052	± 27,51°	± 0,9925	2	0,377
		60°	25,66°	73,90°	0,7676	0,4691	± 31,89°	± 0,7901	2	0,411
		75°	28,88°	81,50°	0,6700	0,4427	± 39,05°	± 0,6024	2	0,453
		90°	30,00°	90,00°	0,6462	0,4392	± 53,26°	± 0,4560	2	0,500
8	22,5°	15°	5,68°	68,19°	0,6119	0,4102	± 32,22°	± 0,6819	2	0,379
		30°	11,03°	70,27°	0,5886	0,3990	± 34,02°	± 0,6320	2	0,390
		45°	15,70°	73,68°	0,5529	0,3839	± 37,34°	± 0,5597	2	0,409
		60°	19,35°	78,30°	0,5088	0,3687	± 42,89°	± 0,4782	2	0,435
		75°	21,69°	83,88°	0,4610	0,3576	± 52,69°	± 0,4022	2	0,466
		90°	22,50°	90,00°	0,4636	0,3591	± 90,00°	± 0,3536	2	0,500

Tabelle 1. Kinematische Kennwerte

Auslegung:

Wenn die Anzahl der Stationen (Schlitze) z , in denen der Stillstand des Malteserkreuzes genutzt wird, vorgegeben ist, folgt der Schrittwinkel aus

$$\psi_S \equiv 2\psi^* = \frac{360^\circ}{z}.$$

Die sphärische Kurbellänge λ_1 und die Gestelllänge λ_4 sind dann so zu wählen, dass die Bedingung

$$\frac{\sin \lambda_1}{\sin \lambda_4} = \sin \psi^* = \sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)$$

erfüllt ist. Mit dem Ein- bzw. Austrittswinkel

$$\varphi^* = \arccos(\tan \lambda_1 / \tan \lambda_4)$$

des Treibers folgt der Antriebswinkel für Schritt aus

$$\varphi_S = 2\varphi^*.$$

Lässt man zu, dass $m = 1$ oder mehr Treiber mit $m < 180^\circ/\varphi^*$ auf dem Kurbelkreis gleichmäßig verteilt angeordnet sind, so gilt für den Antriebswinkel für Rast, der gleich dem notwendigen Sperrkurbelwinkel γ ist,

$$\varphi_R = \frac{360^\circ}{m} - \varphi_S.$$

Ist das Schritt-Perioden-Verhältnis

$$v_S = \frac{\varphi_S}{\varphi_S + \varphi_R}$$

oder das Rast-Perioden-Verhältnis

$$v_R = \frac{\varphi_R}{\varphi_S + \varphi_R} = 1 - v_S$$

vorgegeben, so können die Werte für m , z , λ_1 , λ_4 über die Beziehung

$$v_S = m \frac{\varphi^*}{180^\circ}$$

gewählt werden (siehe Tabelle 1).

Der Kegelöffnungswinkel λ_F^* des Malteserkreuzrades ergibt sich aus

$$\cos \lambda_F^* = \frac{\cos \lambda_4}{\cos \lambda_1}.$$

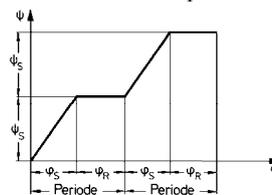


Bild 3.

Prinzipielles Übertragungsdiagramm eines Schrittrastgetriebes

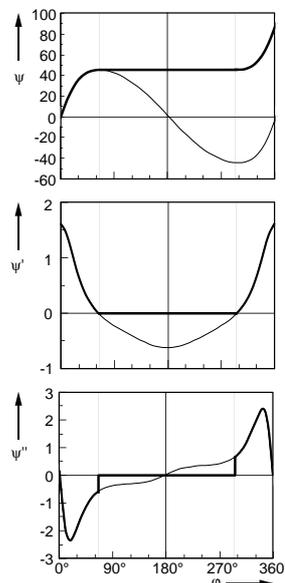


Bild 4. Übertragungsfunktionen 0. bis 2. Ordnung