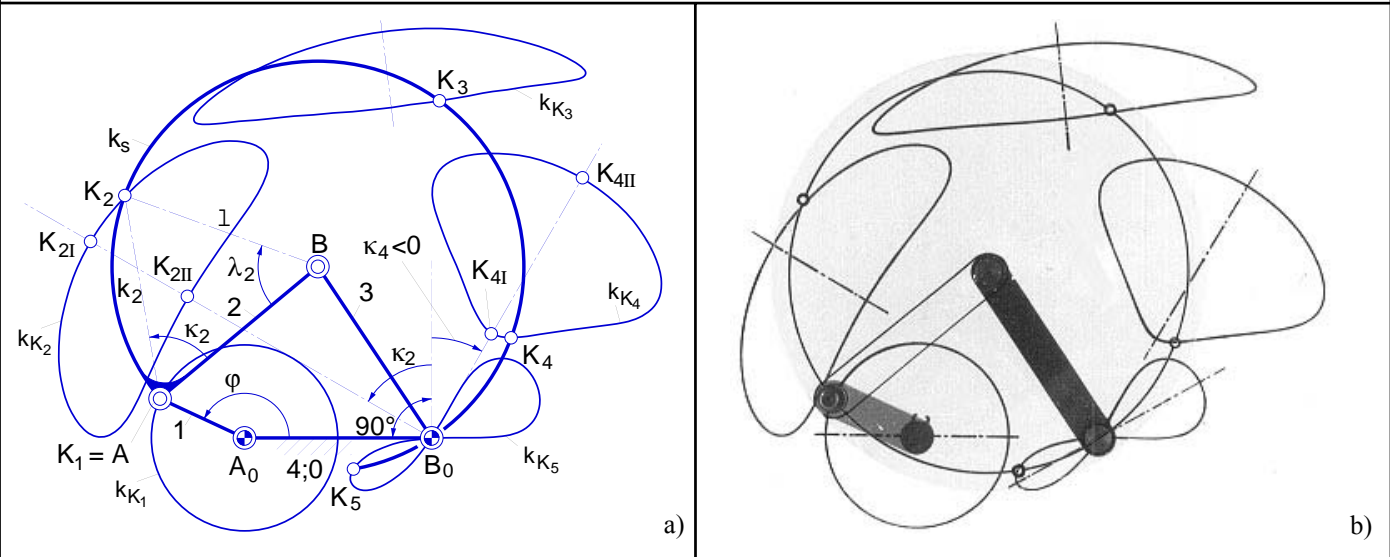


# Kurbelschwinge mit symmetrischen Koppelkurven

611

- Führungsgetriebe zur Umwandlung einer Drehung in eine symmetrische Punktführung
- Ebenes viergliedriges Drehgelenkgetriebe



**Bild 1.** Kurbelschwinge mit symmetrischen Koppelkurven

- a) Kinematisches Schema
- b) Modellgetriebe
- c) Strukturbild

**Symbole im Strukturbild:**

**D** für Drehung    **S** für Schiebung    **W** für Schraubung (Windung)    ↻ Antriebsgelenk;    ↔ Abtriebsglied  
Beispiel **D<sub>2</sub>S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

**Zugriffsmerkmale:**

Anzahl der Antriebsgelenke : 1, davon 1 am Gestell  
Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 0 am Gestell  
Anzahl der Glieder : 4, davon 4 binär  
Anzahl der Gelenke : 4, davon 4 Drehgelenke (D)

**Abmessungen (in Längeneinheiten):**

$$\overline{A_0A} = l_1 = 1; \quad \overline{AB} = l_2 = 2,2; \quad \overline{B_0B} = l_3 = 2,2; \quad \overline{A_0B_0} = l_4 = 2;$$

**Koppelpunkte:**

$K_1: \overline{BK_1} = l = 2,2; \quad \lambda_1 = 0^\circ; \text{ bzw. } \overline{AK_1} = k_1 = 0; \quad \kappa_1 = 90^\circ$   
 $K_2: \overline{BK_2} = l = 2,2; \quad \lambda_2 = 60^\circ; \text{ bzw. } \overline{AK_2} = k_2 = 2,2; \quad \kappa_2 = 60^\circ$   
 $K_3: \overline{BK_3} = l = 2,2; \quad \lambda_3 = 166^\circ; \text{ bzw. } \overline{AK_3} = k_3 = 4,37; \quad \kappa_3 = 7^\circ$   
 $K_4: \overline{BK_4} = l = 2,2; \quad \lambda_4 = -120^\circ; \text{ bzw. } \overline{AK_4} = k_4 = 3,81; \quad \kappa_4 = -30^\circ$   
 $K_5: \overline{BK_5} = l = 2,2; \quad \lambda_5 = -60^\circ; \text{ bzw. } \overline{AK_5} = k_5 = 2,2; \quad \kappa_5 = -60^\circ$

**Erläuterung:**

Symmetrische Koppelkurven, die bekanntlich von besonderem technischen Interesse sind [2-4], lassen sich mit einer gleichschenkligen Kurbelschwinge  $A_0ABB_0$  erzeugen, bei der die Koppellänge  $\overline{AB} = l_2$  gleich der Schwingenlänge  $\overline{B_0B} = l_3$  ist (**Bild 1**). Die betreffenden Koppelpunkte liegen auf einem Kreis  $k_s$  mit dem Mittelpunkt B und dem Radius  $l = l_2 = l_3$ , der somit stets durch die Gelenkpunkte A und  $B_0$  hindurchgeht. Bei dem Modellgetriebe aus Plexiglas ist dieser Kreis  $k_s$  auf eine runde, farbige Plexiglasscheibe aufgezeichnet, welche die Koppelenebene mit den in ihr liegenden Gelenkpunkten A und B darstellt (Bild 1b). Auf dem Kreis  $k_s$  sind fünf Koppelpunkte  $K_1 = A$  bis  $K_5$  mit ihren symmetrischen Koppelkurven, wozu auch der Kurbelkreis  $k_{K1}$  gehört, ausgewählt. Die Lage eines Koppelpunk-

tes  $K$  in der Koppelenebene kann entweder durch die Polarkoordinaten  $l = \overline{BK}$ ,  $\lambda = \sphericalangle ABK$  bezüglich des Gelenkpunktes B oder, wie meist üblich, durch die Polarkoordinaten  $k = \overline{AK}$ ,  $\kappa = \sphericalangle BAK$  bezüglich des Gelenkpunktes A angegeben werden. Dabei gilt nach **Bild 2** wegen des gleichschenkligen Koppeldreiecks  $ABK$  mit  $l = l_2$

$$\kappa = (180^\circ - \lambda) / 2, \quad k = 2 l \sin(\lambda / 2).$$

Die Symmetrieachse der jeweiligen Koppelkurve geht durch den Schwingendrehpunkt  $B_0$  und liegt gegenüber der Senkrechten in  $B_0$  um den Koppelpunktswinkel  $\kappa$  geneigt, wobei die Orientierung des Winkels und damit das Vorzeichen des Wertes  $\kappa$  zu beachten ist. Verändert man den Winkel  $\kappa$  für verschiedene Koppelpunkte auf dem Koppelkreis  $k_s$  von  $\kappa = +90^\circ$  über  $\kappa = 0^\circ$  bis  $\kappa = -90^\circ$ , so nehmen die zugehörigen symmetrischen Bahnkurven unterschiedliche Formen an [5]. Ausgehend vom Kurbelkreis  $k_{K1}$  für  $\kappa = 90^\circ$ , bleibt bei den sich unmittelbar anschließenden Koppelkurven ( $\kappa$  etwas kleiner als  $90^\circ$ ) der in Richtung  $B_0$  liegende Kurvenabschnitt zunächst nach außen gewölbt, d.h. konvex (Bild 1). Bei den mit kleiner werdendem Winkel  $\kappa$  folgenden Koppelkurven nimmt in diesem Kurvenabschnitt die Stärke der konvexen Wölbung immer mehr ab, bis ein flacher Teil erreicht wird. Bei den folgenden Koppelkurven (z.B. Kurve  $k_{K2}$ ) ist der Bahnkurvenabschnitt konkav, wird dann wieder flacher und schließlich erneut konvex (z.B. Kurve  $k_{K3}$ ). Für  $\kappa < 0$  werden die Koppelkurven (z.B.  $k_{K4}$ ) zunächst V-förmig, bis schließlich eine in  $B_0$  liegende Spitze angenommen wird. Die dann folgenden Koppelkurven (z.B.  $k_{K5}$ ) sind achtförmig mit einem Knotenpunkt in  $B_0$ , bis ein solcher Doppelpunkt durch Verkleinerung einer Schleife der achtförmigen Kurve wieder zu einer Spitze wird.

**Autor:** Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich

Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000

Anschließend werden die Koppelkurven in den betrachteten Abschnitten konvex, bis für  $\kappa = -90^\circ$  wieder der Kurbelkreis  $k_{K1}$  erreicht wird.

## Berechnung der Koppelkurve

Die Berechnung der Koordinaten der Bahnkurve  $k_K$  eines Koppelpunktes  $K(k, \kappa)$  lässt sich in einem  $x, y$ -Koordinatensystem mit dem Ursprung in  $A_0$  gemäß der Getriebebeschreibung Nr. 106 in Abhängigkeit vom Kurbelwinkel  $\varphi = \sphericalangle B_0 A_0 A$  wie folgt durchführen (Bild 2). Es gilt unter Berücksichtigung von  $l_2 = l_3$

$$x_K(\varphi) = l_1 \cos \varphi + k \cos(\sigma + \kappa),$$

$$y_K(\varphi) = l_1 \sin \varphi + k \sin(\sigma + \kappa)$$

mit dem Koppelwinkel

$$\sigma = \varphi + \overline{\psi}_s + \overline{\psi}_t - \pi,$$

dessen Teilwinkel sich aus

$$\cos \overline{\psi}_s = (l_1^2 + f^2 - l_4^2) / (2 l_1 f),$$

$$\sin \overline{\psi}_s = (l_4 \sin \varphi) / f,$$

$$\cos \overline{\psi}_t = f / (2 l_2) \text{ mit}$$

$$f = \sqrt{l_1^2 + l_4^2 - 2 l_1 l_4 \cos \varphi}$$

ergeben.

Die Punkte  $K_I$  bzw.  $K_{II}$  auf der durch  $B_0$  gehenden Symmetrieachse der Koppelkurve werden in der äußeren Gestelllage ( $\varphi_I = \pi$ ) bzw. in der inneren Gestelllage ( $\varphi_{II} = 0$ ) der Kurbel eingenommen (Bild 3). Ihre Abstände vom Punkt  $B_0$  ergeben sich unter Beachtung von  $l_2 = l_3 = l$  aus

$$\overline{K_I B_0} = 2 l_2 \sin(\psi_{tI} + \kappa), \quad \overline{K_{II} B_0} = 2 l_2 \sin(\psi_{tII} + \kappa).$$

Dabei gilt für die Winkel  $\psi_{tI} \sphericalangle A_0 B_0 B_I$  bzw.  $\psi_{tII} \sphericalangle A_0 B_0 B_{II}$

$$\cos \psi_{tI} = (l_4 + l_1) / (2 l_2), \quad \cos \psi_{tII} = (l_4 - l_1) / (2 l_2).$$

Der auf der Symmetrieachse gemessene "Hub"

$$h = |\overline{K_I B_0} - \overline{K_{II} B_0}|$$

der Koppelkurve ist somit

$$h = 2 l_2 |\sin(\psi_{tI} + \kappa) - \sin(\psi_{tII} + \kappa)|$$

oder nach Umformungen [2] in anderer Schreibweise

$$h = |2 l_1 \sin(\kappa) + 2 l_2 \cos(\kappa) (\sin \psi_{tI} - \sin \psi_{tII})|.$$

Der mit einer bestimmten Kurbelschwinge maximal erreichbare Hub ist

$$h_{\max} = 4 l_2 \sin[(\psi_{tI} - \psi_{tII}) / 2].$$

## Ersatzgetriebe

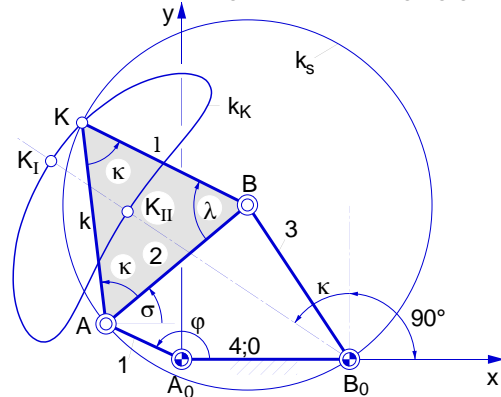
Für jede der symmetrischen Koppelkurven der Kurbelschwinge  $A_0 A B B_0$  lassen sich nach dem Satz von Roberts (siehe Getriebebeschreibung Nr. 105) zwei Ersatzgetriebe  $A_0^* A^* B^* B_0^*$ ,  $A_0^{**} A^{**} B^{**} B_0^{**}$  angeben, welche die gleiche Koppelkurve erzeugen (Bild 4). Geht man von der Kurbelschwinge mit der Koppelkurve  $k_K$  in den Bildern 2 und 3 aus, so erhält man den zusätzlichen Drehgelenkpunkt  $C_0 = B_0^* = A_0^{**}$  im Gestell, indem man das Dreieck  $A_0 B_0 C_0$  dem Koppeldreieck  $ABK$  der Kurbelschwinge  $A_0 A B B_0$  geometrisch ähnlich macht. Das erste Ersatzgetriebe  $A_0^* A^* B^* B_0^*$  mit  $A_0^* = A_0$  und  $B_0^* = C_0$  ist eine symmetrische, umlaufsfähige Doppelschwinge und liefert somit anschaulich den Beweis für die Erzeugung einer symmetrischen Koppelkurve durch alle drei Getriebe. Seine kinematischen Abmessungen ergeben sich aus denen des Ausgangsgetriebes wie folgt:

$$\overline{A_0^* A^*} \equiv l_1^* = k, \quad \overline{A^* B^*} \equiv l_2^* = k l_1 / l_2,$$

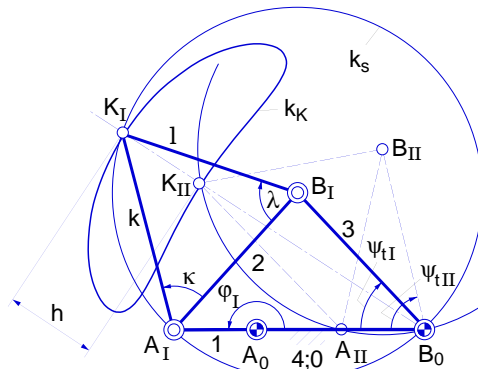
$$\overline{B_0^* B^*} \equiv l_3^* = k, \quad \overline{A_0^* B_0^*} \equiv l_4^* = k l_4 / l_2,$$

$$\overline{A^* K} \equiv k^* = l_1, \quad \overline{B^* K} \equiv l^* = l_1.$$

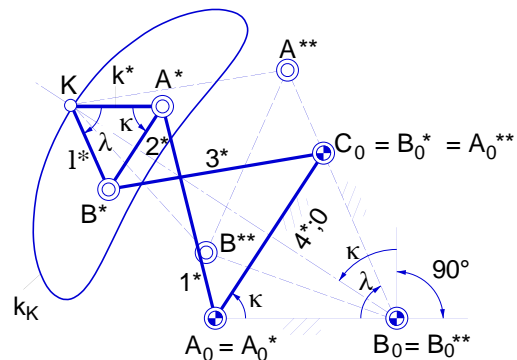
Das zweite Ersatzgetriebe  $A_0^{**} A^{**} B^{**} B_0^{**}$  mit  $A_0^{**} = C_0$  und  $B_0^{**} = B_0$  ist eine gleichschenklige Kurbelschwinge mit den gleichen kinematischen Abmessungen wie beim Ausgangsgetriebe.



**Bild 2.** Gleichschenklige Kurbelschwinge mit symmetrischer Koppelkurve



**Bild 3.** Gleichschenklige Kurbelschwinge in den Gestelllagen



**Bild 4.** Ersatzgetriebe zur gleichschenkligen Kurbelschwinge  $A_0 A B B_0$  in den Bildern 2 und 3 mit der gleichen Koppelkurve

## Literatur:

- [1] Dittrich, G., Müller, J.: Kurbelschwinge mit symmetrischen Koppelkurven. Der Konstrukteur 23 (1992) Nr. 5, S. 53/54.
- [2] Meyer zur Capellen, W.; Rischen, K.-A.: Symmetrische Koppelkurven und ihre Anwendungen. Forschungsbericht Nr. 1066 des Landes Nordrhein-Westfalen. Köln: Westdeutscher Verlag 1962.
- [3] Meyer zur Capellen, W.: Analytische Darstellung symmetrischer Koppelkurven. Forschungsbericht Nr. 1409 des Landes Nordrhein-Westfalen. Köln: Westdeutscher Verlag 1964.
- [4] Meyer zur Capellen, W.; Janssen, B.: Spezielle Koppelkurvenrast- und Schaltgetriebe. Forschungsbericht Nr. 1266 des Landes Nordrhein-Westfalen. Köln: Westdeutscher Verlag 1964.
- [5] Janssen, B.: Anwendung symmetrischer Koppelkurven auf Rast- und Schaltgetriebe. VDI-Berichte Nr. 77 (1964), S. 97/106. Düsseldorf: VDI-Verlag 1964.
- [6] VDI-EKV (Hrsg.): Richtlinie VDI 2728, Blatt 1: Lösungen von Bewegungsaufgaben mit symmetrischen Koppelkurven - Übertragungsaufgaben. Düsseldorf: VDI-Verlag 1996