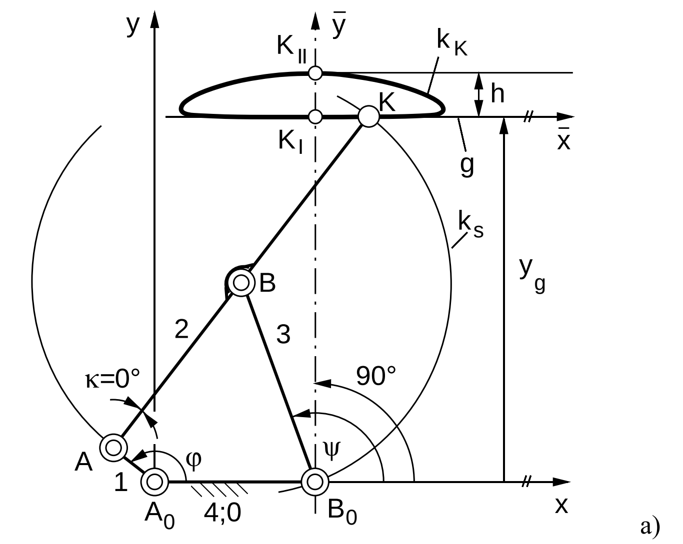
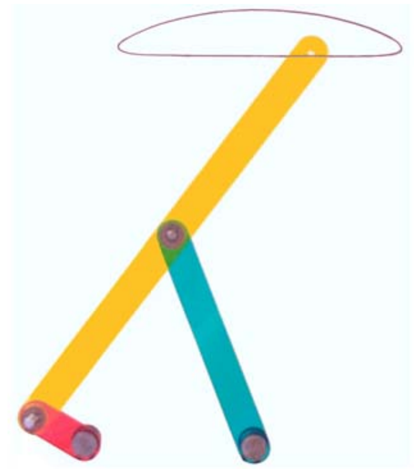
Institut für Getriebetechnik und Maschinendynamik der RWTH Aachen

IGM-Getriebesammlung

Kurbelschwinge als Ersatzgetriebe des Tschebyschevlenkers 613

- Führungsgetriebe zur Umwandlung einer Drehung in eine angenäherte Geradführung eines Gliedpunktes
- Ebenes viergliedriges Drehgelenkgetriebe





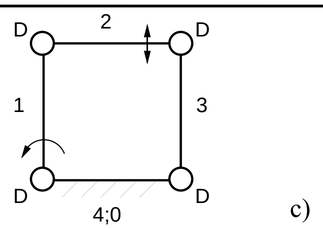


Bild 1. Kurbelschwinge als Ersatzgetriebe des Tschebyschevlenkers

a) Kinematisches Schema

b) Modellgetriebe

c) Strukturbild

Symbole im Strukturbild:

D für Drehung **S** für Schiebung **W** für Schraubung (Windung) Antriebsgelenk; Abtriebsglied

Beispiel $\mathbf{D_2S}$: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

Zugriffsmerkmale:

Anzahl der Antriebsgelenke	: 1, davon 1 am Gestell
Anzahl der Abtriebsglieder	: 1, davon 0 am Gestell
Anzahl der Glieder	: 4, davon 4 binär
Anzahl der Gelenke	: 4, davon 4 Drehgelenke (D)

Abmessungen (in Längeneinheiten):

$\overline{A_0A} \equiv l_1 = 1$; $\overline{AB} \equiv l_2 = 4$; $\overline{B_0B} \equiv l_3 = 4$;

$\overline{A_0B_0} \equiv l_4 = 3$; $\overline{AK} \equiv k = 8$; $\overline{BK} \equiv l = 4$.

Erläuterung:

Das in **Bild 1** dargestellte Modellgetriebe zeigt eine gleichschenklige Kurbelschwinge A_0ABB_0, bei der die Koppellänge $\overline{AB} = l_2$ gleich der Schwingenlänge $\overline{B_0B} = l_3$ ist. Der Koppelpunkt K liegt auf der Geraden durch A und B und auf einem Kreis k_s mit dem Mittelpunkt B und dem Radius $l = l_2 = l_3$. Die Lage des Koppelpunktes in der Koppelebene kann mit den Polarkoordinaten $k = \overline{AK} = 2\,l_2$ und $\kappa = \sphericalangle BAK = 0°$ angegeben werden. Der Koppelpunkt erzeugt aufgrund der vorliegenden Getriebelängenverhältnisse eine symmetrische Koppelkurve, deren Symmetrieachse durch den Schwingendrehpunkt B_0 geht und mit der Senkrechten auf A_0B_0 in B_0 zusammenfällt.

Die Berechnung der Koordinaten der Bahnkurve k_K des Koppelpunktes K lässt sich in einem x,y-Koordinatensystem mit dem Ursprung in A_0 gemäß der Getriebebeschreibung Nr. 611 in Abhängigkeit vom Kurbelwinkel $\varphi = \sphericalangle B_0A_0A$ unter Berücksichtigung des Winkels $\kappa = 0°$ durchführen.

Die Gerade g, der sich die Koppelkurve k_K besonders gut anschmiegt (genäherte Geradführung des Koppelpunktes K), ist eine sechspunktig berührende Tangente in K_I und verläuft aufgrund der besonderen Getriebelängenverhältnisse im Abstand

$$y_g = \overline{B_0K_I} = 4\sqrt{3}\;l_1$$

parallel zur Gestellgeraden A_0B_0.

Der auf der Symmetrieachse gemessene Hub

$$h = \overline{K_{II}B_0} - \overline{K_IB_0}$$

der Koppelkurve ist $h = (2\sqrt{15} - 4\sqrt{3}) * l_1$, wobei K_I beim Kurbelwinkel $\varphi_I = 180°$ und K_{II} bei $\varphi_{II} = 0°$ durchlaufen wird.

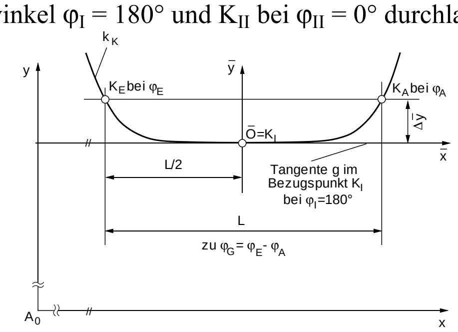


Bild 2. Zur Definition der bezogenen Geradführungsabweichung

Bild 2 gibt eine prinzipielle Ausschnittsvergrößerung der Koppelkurve k_K aus Bild 1a zur Definition der bezogenen Geradführungsabweichung $Q_G = \Delta\bar{y}/L$ wieder. Darin ist L die parallel zur Tangente g im Bezugspunkt K_I gemessene Länge

Autor: Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich

Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000

der Geradführung und $\Delta\bar{y}$ die Toleranzbreite. Der Kurbelwinkel am Anfang der Geradführung bei K_A sei φ_A, am Ende bei K_E sei er φ_E, so dass zur Geradführungslänge L der überstrichene Kurbelwinkel $\varphi_G = \varphi_E - \varphi_A$ gehört. Das Diagramm in **Bild 3** zeigt die Abhängigkeit der genannten Größen für das vorliegende Getriebe.

Ist z.B. für eine Geradführung der Länge L = 15cm bei einer zulässigen Toleranzbreite von $\Delta\bar{y} = 0{,}75$mm eine Kurbelschwinge gesucht, so erhält man zunächst für $Q_G = 0{,}005$ den Punkt P_1 auf der Q_G-Kurve mit den zugehörigen Kurbelwinkeln $\varphi_G = 159{,}4°$ und $\varphi_A = 100{,}3°$, zu denen wiederum der Punkt P_2 auf der L/l_1-Kurve gehört. Das abzulesende Verhältnis $L/l_1 = 4{,}30$ macht eine Kurbellänge von $l_1 = 3{,}49$cm erforderlich, so dass die übrigen Abmessungen des Getriebes entsprechend zu wählen sind.

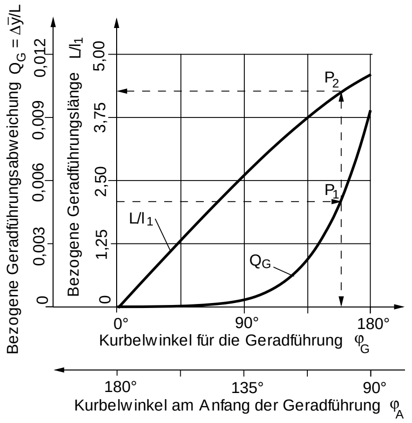


Bild 3. Bezogene Geradführungsabweichung

Ersatzgetriebe

Nach dem Satz von Roberts (s. Getriebebeschreibung Nr. 105) lassen sich für jede gegebene Kurbelschwinge A_0ABB_0 zwei Ersatzgetriebe $A_0^*A^*B^*B_0^*$, $A_0^{**}A^{**}B^{**}B_0^{**}$ angeben, welche die gleiche Koppelkurve erzeugen. Das erste Ersatzgetriebe $A_0^*A^*B^*B_0^*$ ist eine symmetrische, umlauffähige Doppelschwinge mit den Abmessungen

$$\overline{A_0^*A^*} \equiv l_1^* = 8\,, \quad \overline{A^*B^*} \equiv l_2^* = 2\,, \quad \overline{B_0^*B^*} \equiv l_3^* = 8\,,$$

$$\overline{A_0^*B_0^*} \equiv l_4^* = 6\,, \quad \overline{A^*K} \equiv k^* = 1\,, \quad \overline{B^*K} \equiv l^* = 1\;.$$

Das zweite Ersatzgetriebe $A_0^{**}A^{**}B^{**}B_0^{**}$ ist eine gleichschenklige Kurbelschwinge mit den gleichen kinematischen Abmessungen wie beim Ausgangsgetriebe.

Konstruktion des Tschebyschevlenkers

Meyer zur Capellen entwickelte den Zykloidenlenker mit einer vierpunktigen Geradführung eines Koppelpunktes (siehe Getriebebeschreibung Nr. 612) weiter, indem er die Frage untersuchte, ob es symmetrische Doppelschwingen gibt, die eine Koppelkurve mit einer sechspunktig berührenden Tangente besitzen. Er betrachtete dazu gemäß **Bild 4** das Getriebe $A_0'A'B'B_0'$ mit $\overline{A_0'A'} = \overline{B_0'B'}$ in der gekreuzten Symmetrielage, in der die Koppelgerade A'B' parallel zur Gestellgeraden $A_0'B_0'$ liegt. Im Schnittpunkt der Schwingengeraden $A_0'A'$ und $B_0'B'$ befindet sich der Geschwindigkeitspol P, welcher der Ursprung des aus Polbahntangente t und Polbahnnormale n gebildeten rechtwinkligen Koordinatensystems ist. In diesem momentanen t,n-System sei für die Koppelbewegung der Wendekreis k_w mit dem Durchmesser D gegeben. Die Koppelgerade A'B' habe von der Polbahntangente t den Abstand λD mit $0{,}5 \le \lambda \le 1{,}5$. Der mit dem Wendepol W zusammenfallende Koppelpunkt K durchläuft eine Koppelkurve mit mindestens vierpunktig berührender Tangente. Der Winkel φ_0, unter dem die Polstrahlen PA' und PB' gegenüber der Polbahntangente t liegen, sei zunächst beliebig gewählt. Mit Hilfe der Euler-Savaryschen-Formel lassen sich dann auf diesen Polstrahlen die Lagen der Gelenkpunkte A_0' bzw. B_0' als Krümmungsmittelpunkte zu den Bahnstellen der Koppelpunkte A' bzw. B' berechnen. Dabei ergeben sich bei vorgegebenen Werten D, λ, φ_0 für die Getriebeabmessungen

$$\overline{A_0'A'} \equiv l_1' = \frac{\lambda^2 D}{\sin\varphi_0(\lambda - \sin^2\varphi_0)}\,, \quad \overline{A'B'} \equiv l_2' = 2\lambda D \cot\varphi_0\,,$$

$$\overline{B_0'B'} \equiv l_3' = l_1'\,, \quad \overline{A_0'B_0'} \equiv l_4' = \frac{2\lambda D\cos\varphi_0 \sin\varphi_0}{\lambda - \sin^2\varphi_0}\,.$$

Beim erwähnten Zykloidenlenker ist λ=1 und der Winkel φ_0 mit $\varphi_0 \approx 54{,}74°$ gemäß den Werten

$$\sin\varphi_0 = \frac{1}{3}\sqrt{3}\sqrt{2}\,, \quad \cos\varphi_0 = \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

festgelegt worden.

Soll eine *sechspunktige* Geradführung erreicht werden, dann können die Werte φ_0 und λ nicht jeweils unabhängig voneinander gewählt werden, sondern sie müssen in folgender Abhängigkeit stehen:

$$\sin^2\varphi_0 = \frac{1}{4}(1+2\lambda)\;.$$

Für λ=1, d.h. einen in der Mitte von $\overline{A'B'}$ liegenden Koppelpunkt K=W, erhält man

$$\sin\varphi_0 = \frac{1}{2}\sqrt{3}\,, \quad \cos\varphi_0 = \frac{1}{2}\,, \text{ also } \varphi_0 = 60°\;.$$

Damit ergeben sich die kinematischen Abmessungen der als Tschebyschevlenker (**Bild 5**) bekannten symmetrischen Doppelschwinge:

$$\overline{A_0'A'} \equiv l_1' = \frac{8}{3}\sqrt{3}D\,, \quad \overline{A'B'} \equiv l_2' = \frac{2}{3}\sqrt{3}D\,, \quad \overline{B_0'B'} \equiv l_3' = \frac{8}{3}\sqrt{3}D\,,$$

$$\overline{A_0'B'} \equiv l_4' = \frac{6}{3}\sqrt{3}D\,, \quad \overline{A'K} \equiv k' = \frac{1}{3}\sqrt{3}D\,, \quad \overline{B'K} \equiv l' = \frac{1}{3}\sqrt{3}D\,,$$

$\kappa = \sphericalangle B'A'K = 0°$.

Als Ersatzgetriebe des Tschebyschevlenkers liefert der Satz von Roberts die eingangs beschriebene Kurbelschwinge.

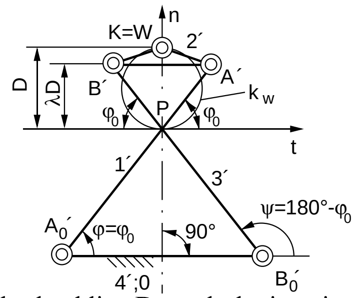


Bild 4. Gleichschenklige Doppelschwinge in der gekreuzten Symmetrielage

Bild 5. Modellgetriebe des Tschebyschevlenkers

Literatur:

[1] Dittrich, G., Müller, J.: Kurbelschwinge als Ersatzgetriebe des Tschebyschevlenkers. Der Konstrukteur 23 (1992) Nr. 9, S. 51/52.

[2] Meyer zur Capellen, W.: Der Zykloidenlenker und seine Weiterentwicklung. Konstruktion 8 (1956) Nr. 12, S. 510/518.