

Rädergetriebe zur Erzeugung einer viereckigen Hypozykloide 708

- Führungsgetriebe zur Umwandlung einer umlaufenden Drehung in eine spezielle Punktführung (Radlinie)
- Ebenes dreigliedriges Umlaufrädergetriebe

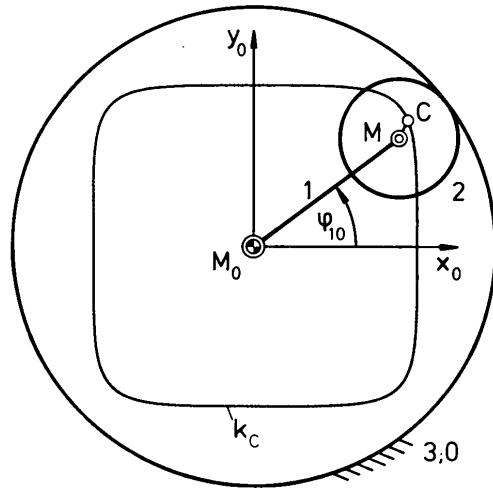
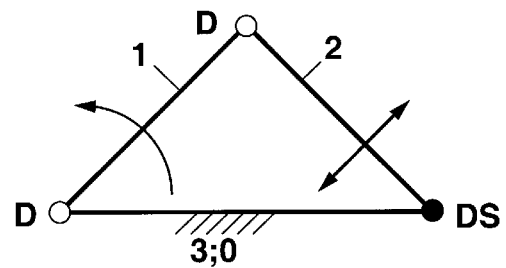


Bild 1. Rädergetriebe zur Erzeugung einer viereckigen Hypozykloide

- a) Kinematisches Schema
- b) Getriebemodell
- c) Strukturbild



Symbole im Strukturbild:

D für Drehung **S** für Schiebung **W** für Schraubung (Windung) ↻ Antriebsgelenk; ↔ Abtriebsglied
Beispiel **D₂S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

Zugriffsmerkmale:

Anzahl der Antriebsgelenke: 1, davon 1 am Gestell
Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 1 am Gestell
Anzahl der Glieder : 3, davon 3 binär
Anzahl der Gelenke : 3, davon 2 Drehgelenke (D),
1 Gleitwälgelenk (DS)

Abmessungen (in Längeneinheiten):

$$r_2 = 1 \quad r_3 = 4 \quad r_1 = \overline{M_0M} = r_3 - r_2 = 3$$

$$c = \overline{MC} = \frac{1}{3}r_2 = \frac{1}{3}$$

Erläuterung:

Bei dem vorliegenden Getriebe (**Bild 1**) handelt es sich um ein ebenes, dreigliedriges Umlaufrädergetriebe der Bauform AI mit dem angetriebenen Steg 1, dem außenverzahnten Umlaufrad 2 (A) und dem feststehenden, innenverzahnten Mittelrad 3;0 (I). Es liegt die gleiche Bauform wie in der Getriebebeschreibung Nr. 706 vor, so dass alle allgemeinen Aussagen und Gleichungen über die Radlinien, die von Punkten des Umlaufrades gegenüber dem Gestell 3;0 durchlaufen werden, auch hier gelten. Jedoch ist das Radienverhältnis von Umlaufrad 2 und Mittelrad 3 hier $r_2/r_3 = p/q = 1/4$. Aus dem teilerfremden Verhältnis p/q mit $p = 1$ und $q = n = 4$ folgt, dass die von einem Punkt C des Umlaufrades 2 bei $p = 1$ Stegumlauf erzeugte vollständige Hypozykloide den Mittelpunkt $p = 1$ mal umschreibt und aus $q = n = 4$ Bögen besteht.

Bei dem Getriebemodell wurde auf dem Umlaufrad ein spezieller Punkt C gewählt, der vom Umlaufradmittelpunkt M den Abstand

$$c = \frac{1}{n-1}r_2 = \frac{1}{3}r_2$$

besitzt. In der Ausgangslage beim Antriebswinkel $\varphi_{10} = 0^\circ$ liege der Punkt C auf der x_0 -Achse innerhalb der Strecke M_0M (Bild 1a). Für die Kurbelstellungen $\varphi_{10} = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ fällt der Punkt C mit dem Wendepol W der betreffenden Lage des Umlaufrades 2 zusammen, wobei er innerhalb der Strecke M_0M liegt (**Bild 2**). Der Wendepol W ist der Schnittpunkt des Wendekreises k_W mit der Polbahnnormalen n_p , die mit der jeweiligen Stegrichtung MM_0 zusammenfällt. Die Polbahnnormale n_p steht senkrecht auf der Polbahntangente t_p im Umlaufrad-Geschwindigkeitspol P, dem jeweiligen Berührungspunkt zwischen der Gangpolkurve k_g (Wälzkreis des Umlaufrades 2) und der Rastpolkurve k_r (Wälzkreis des Mittelrades 3;0). Der Durchmesser $D = PW$ des Wendekreises k_W , auf dem in der jeweiligen Umlaufradstellung alle Punkte liegen, die momentan einen Wende- oder Flachpunkt durchlaufen, ist

$$D = \frac{n}{n-1}r_2 = \frac{4}{3}r_2$$

Autor: Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich

Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000

Aus Symmetriegründen durchläuft der mit dem Wendepol W zusammenfallende Punkt C des Umlaufrades momentan einen Flachpunkt seiner Bahn, die sich in diesem Bereich besonders gut einer Geraden anschmiegt, nämlich der vierpunktig berührenden Bahntangente t_c in C. Die entsprechenden Bahntangenten t_c in den Stegstellungen $\varphi_{10} = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ bilden ein Viereck EFGH, welches die Bahnkurve k_c umschreibt. Die viereckige Bahnkurve k_c besitzt jedoch auf den Richtungsgeraden M_0E, M_0F, M_0G, M_0H abgerundete Ecken. Auf diesen Geraden hat die Bahnkurve k_c den Krümmungsradius

$$\rho = \frac{(n-2)^2}{2(n-1)} r_2 = \frac{4}{6} r_2 = \frac{2}{3} r_2$$

So wie hier für $n = 4$ ein Viereck, so kann allgemein für $n \geq 3$ ein n-Eck mit abgerundeten Ecken durch entsprechende Umlaufrädergetriebe erzeugt werden.

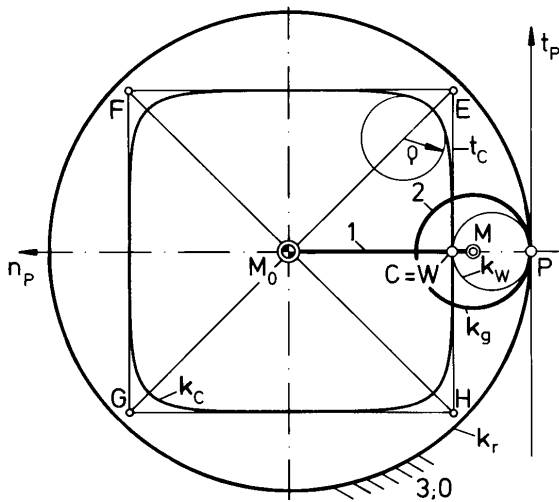


Bild 2. Rädergetriebe nach Bild 1 in der Stellung $\varphi_{10} = 0^\circ$ mit dem Wendekreis k_W und dem Wendepol W des Umlaufrades 2

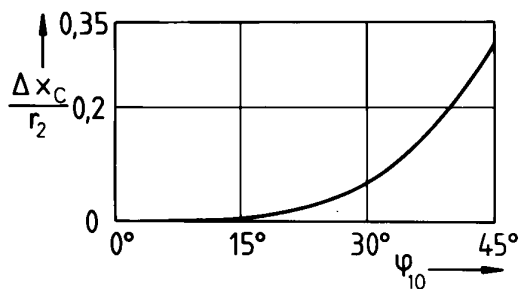


Bild 3. Güte der Geradföhrung

Gleichungen der Hypozykloide:

Aus der Getriebebeschreibung Nr. 706 können die Zykloidengleichungen

$$x_C = r_1 \cos \varphi_{10} + c \cos \left(\frac{r_1}{r_2} \varphi_{10} \right),$$

$$y_C = r_1 \sin \varphi_{10} - c \sin \left(\frac{r_1}{r_2} \varphi_{10} \right)$$

übernommen werden. Da der Punkt C in der Ausgangslage beim Antriebswinkel $\varphi_{10} = 0^\circ$ auf der x_0 -Achse innerhalb der Strecke M_0M liegt, ist $c < 0$ zu wählen. Setzt man die speziellen Beziehungen

$$r_1 = r_3 - r_2, \quad r_3 = 4 r_2, \quad c = -\frac{1}{3} r_2$$

in die Zykloidengleichungen ein, nehmen diese die folgende Form an:

$$\frac{x_C}{r_2} = 3 \cos \varphi_{10} - \frac{1}{3} \cos 3\varphi_{10},$$

$$\frac{y_C}{r_2} = 3 \sin \varphi_{10} + \frac{1}{3} \sin 3\varphi_{10}.$$

Um die Güte der Geradföhrung aufzuzeigen, ist in **Bild 3** für den Antriebswinkelbereich $0^\circ \leq \varphi_{10} \leq 45^\circ$ die Abweichung $\Delta x_C = x_C(0^\circ) - x_C(\varphi)$, bezogen auf den Radius r_2 , aufgetragen.

Doppelte Erzeugung der Hypozykloide:

Jede Hypozykloide kann durch zwei verschiedene Grundrädergetriebe erzeugt werden. Die Abmessungen des Ersatzrädergetriebes (**Bild 4**) ergeben sich aus

$$r_{2^*} = c \frac{r_1}{r_2} = 1; \quad r_{1^*} = \overline{M_0 M^*} = c = \frac{1}{3};$$

$$r_{3^*} = c \frac{r_3}{r_2} = \frac{4}{3}; \quad c^* = \overline{M^* C^*} = r_1 = 3.$$

Das Ersatzrädergetriebe hat ebenfalls die Bauform AI, jedoch mit dem Radienverhältnis $r_{2^*}/r_{3^*} = p^*/q^* = 3/4$. Zur Erzeugung der vollständigen Radlinie sind $p^* = 3$ Umläufe des Steges in entgegengesetztem Drehsinn erforderlich. Auf dem Umlaufrad gibt es jeweils $p^* = 3$ Punkte (C_{1^*}, C_{2^*} und C_{3^*}), die dieselbe viereckige Bahnkurve durchlaufen.

Literatur:

- [1] Dittrich, G., Wehn, V.: Rädergetriebe zur Erzeugung einer viereckigen Hypozykloide. Der Konstrukteur 20 (1989) Nr. 12, S. 21/22.
- [2] Meyer zur Capellen, W.: Erzeugung des n-Ecks mit abgerundeten Ecken. Getriebetechnik 4 (1936) Nr. 1, S. 44/47.
- [3] Dittrich, G., Braune, R.: Getriebetechnik in Beispielen. 2. Auflage. München, Wien: Oldenbourg-Verlag 1987.

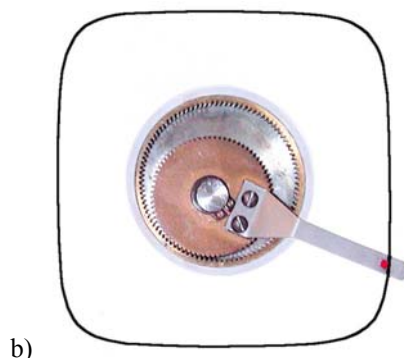
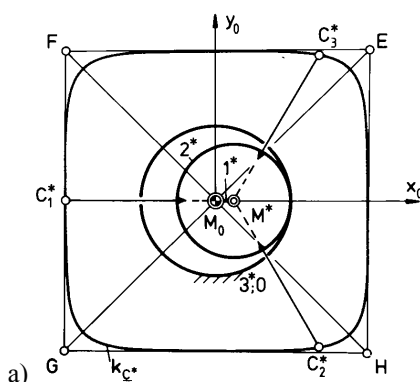


Bild 4.

Ersatzrädergetriebe zur Erzeugung der gleichen viereckigen Hypozykloide wie mit dem Getriebe nach Bild 1

- a) Kinematisches Schema
- b) Getriebemodell