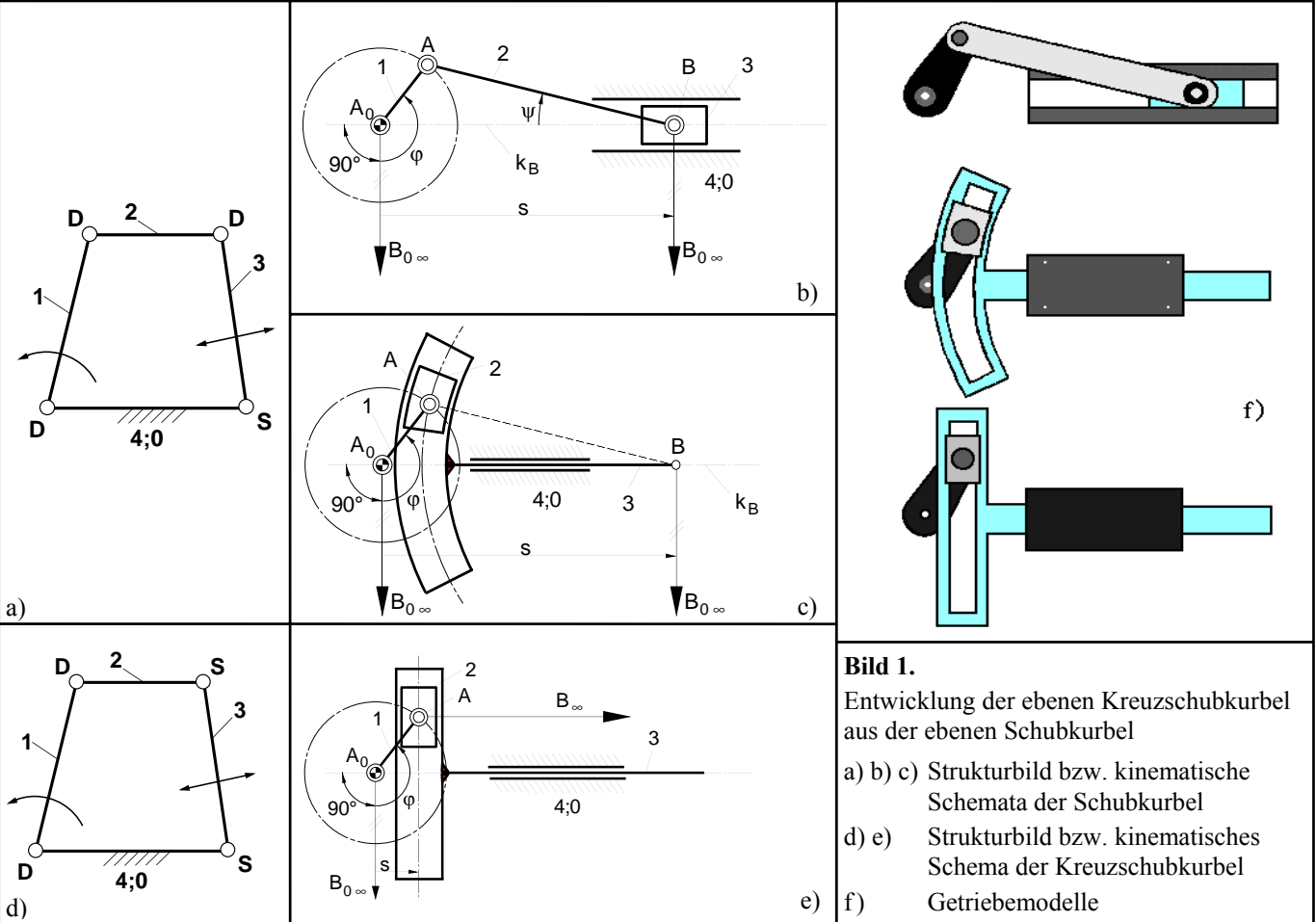


# Modellgetriebe zur Entwicklung der ebenen Kreuzschubkurbel aus der ebenen Schubkurbel

- Übertragungsgetriebe zur Umwandlung einer umlaufenden Drehung (der Kurbel 1) in eine schwingende Schiebung (des Schubgliedes 3) oder umgekehrt
- Führungsgetriebe zur Umwandlung einer umlaufenden Drehung (der Kurbel 1) in eine Führungsbewegung (der Koppel 2)
- Ebene viergliedrige Kurbelgetriebe



**Bild 1.**  
Entwicklung der ebenen Kreuzschubkurbel aus der ebenen Schubkurbel  
a) b) c) Struktur- bzw. kinematische Schemata der Schubkurbel  
d) e) Struktur- bzw. kinematisches Schema der Kreuzschubkurbel  
f) Getriebemodelle

**Symbole im Strukturbild:**

**D** für Drehung    **S** für Schiebung    **W** für Schraubung (Wandung)     $\curvearrowright$  Antriebsgelenk;  $\leftrightarrow$  Abtriebsglied  
Beispiel **D<sub>2</sub>S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

**Zugriffsmerkmale:**

Anzahl der Antriebsgelenke : 1, davon 1 am Gestell  
Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 1 am Gestell  
Anzahl der Glieder : 4, davon 4 binär  
Anzahl der Gelenke : 4, davon 3 Drehgelenke (D)  
1 Schubgelenk (S)  
bei der Schubkurbel  
bzw. 2 Drehgelenke (D)  
2 Schubgelenke (S)  
bei der Kreuzschubkurbel

**Abmessungen (in Längeneinheiten):**

$\overline{A_0A} = l_1 = 1$ ;  $\overline{BB_{0\infty}} = l_3 = \infty$ ;  $\overline{A_0B_{0\infty}} = l_4 = \infty$ ;  
 $\overline{AB} = l_2 = 3,333$  bei der Schubkurbel;  
 $\overline{AB_{\infty}} = l_2 = \infty$  bei der Kreuzschubkurbel.

**Literatur:**

- [1] Dittrich, G.; Wehn, V.: Modellgetriebe zur Entwicklung der ebenen Kreuzschubkurbel aus der ebenen Schubkurbel. Der Konstrukteur 22 (1991) Nr. 7-8, S. 11/12.
- [2] Meyer zur Capellen, W.; Dittrich, G.; Janssen, B.: Systematik und Kinematik ebener und sphärischer Viergelenkgetriebe. Forschungsbericht Nr. 1611 des Landes Nordrhein-Westfalen. Köln und Opladen: Westdeutscher Verlag 1966.
- [3] Meyer zur Capellen, W.; Dittrich, G.: Systematik sphärischer Viergelenkgetriebe, Ind.-Anz. 87 (1965) Nr. 75, S. 1765-1770.

**Erläuterung:**

Die Getriebebeschreibung Nr. 102 erläuterte die Entwicklung der ebenen Schubkurbel aus der ebenen Kurbelschwinge, indem bei dem viergliedrigen Drehgelenkgetriebe ein Drehgelenk durch Schubgelenk ersetzt wurde. Das Getriebe-Modell in **Bild 1** zeigt nun die Entwicklung der ebenen Kreuzschubkurbel aus der ebenen Schubkurbel, indem ein weiteres Drehgelenk durch ein Schubgelenk ersetzt wird. Ausgangspunkt ist die nichtversetzte Schubkurbel  $A_0ABB_{0\infty}$  (Bilder 1b, f), bei der die Verlängerung der geradlinigen Bahn  $k_B$  des Gelenkpunktes B zwischen der Koppel 2 und dem im Gestell 4;0 geführten Schieber 3 durch den Drehgelenkpunkt  $A_0$  der Kurbel 1 hindurchgeht. Die Bewegungsgerade  $k_B$  kann als Peripherie eines unendlich großen Kreises mit dem Mittelpunkt  $B_{0\infty}$  aufgefasst werden, wobei der im Unendlichen ( $\infty$ ) liegende Punkt  $B_{0\infty}$  auf jeder beliebigen Senkrechten auf  $k_B$  als einer Bahnnormalen angenommen

**Autor:** Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich

Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000

werden kann. Die Senkrechte in  $A_0$  ist die Gestellgerade  $A_0B_{0\infty}$ , von der aus der Kurbelwinkel  $\varphi$  gezählt werden soll. In jeder Getriebestellung liegt der Drehgelenkpunkt A zwischen Kurbel 1 und Koppel 2 auf einem Kreis um den Gelenkpunkt B mit dem Radius  $l_2 = \overline{AB}$ . Die gleiche Getriebebewegung erhält man, wenn man die Koppel 2 durch einen kreisbogenförmigen Kulissenstein ersetzt, der sich relativ zu einer kreisbogenförmigen Kulisse mit dem gleichen Mittelpunkt B bewegt, wobei die Kulisse Teil des Schiebers 3 ist (Bilder 1c, f).

Lässt man nun den Kreismittelpunkt B gegen Unendlich ( $\infty$ ) gehen,  $B \rightarrow B_{\infty}$ , so wird aus dem Kreis, auf dem sich der Gelenkpunkt A relativ zum Schieber 3 bewegt, eine Gerade. Das Glied 3 wird unter Beibehaltung der Getriebesymmetrie zum rechtwinkligen Kreuzschieber, der im Gestell 4:0 geradlinig senkrecht zur Kulissenmittellinie geführt wird. Es ist eine rechtwinklige Kreuzschubkurbel  $A_0AB_{\infty}B_{0\infty}$  entstanden (Bilder 1e, f). Wie auch die Strukturbilder 1a und 1d zeigen, ist zwischen den Gliedern 2 und 3 das Drehgelenk (D) bei der Schubkurbel durch ein Schubgelenk (S) bei der Kreuzschubkurbel ersetzt worden. Beim Wandern des Gelenkpunktes B gegen  $B_{\infty}$  im Unendlichen ist auch die Koppellänge  $l_2 = \overline{AB}$  gegen  $l_2 = \overline{AB_{\infty}}$  gegangen.

Während die nichtversetzte Schubkurbel nur unter der Bedingung  $l_1 < l_2$  eindeutig umlaufähig ist, ist die Kreuzschubkurbel für beliebige Kurbellängen  $l_1$  umlaufähig.

Sowohl die nichtversetzte Schubkurbel als auch die rechtwinklige Kreuzschubkurbel kann als Übertragungsgetriebe zur Umwandlung einer umlaufenden Drehung in eine schwingende Schiebung benutzt werden, wobei Vor- und Nachteile gegeneinander abzuwägen sind. Der Hub des Schubgliedes 3 ist in beiden Fällen  $s_H = 2 l_1$ . Abgesehen von dem Schubgelenk zwischen dem gewünschten Schubglied 3 und dem Gestell 4:0, besitzt die Schubkurbel nur Drehgelenke, während die Kreuzschubkurbel zwei Drehgelenke und ein Schubgelenk aufweist, wobei ein von der Technologie nicht erforderliches Schubgelenk gegenüber einem Drehgelenk in der Regel aus konstruktiven und betriebsbedingten Gründen als nachteilig angesehen wird.

Der Weg  $s$  des Kreuzschiebers 3 bei der rechtwinkligen Kreuzschubkurbel (Bild 1e) verläuft rein harmonisch (Bild 2):

$$\frac{s}{l_1} = \sin \varphi. \quad (1)$$

Bei einer konstanten Antriebswinkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi} = d\varphi/dt = \omega_{10} = \text{const.}$  erreicht der Kreuzschieber seine extremale Geschwindigkeit  $\dot{s}_{extr.} = \pm l_1 \omega_{10}$  in den Kurbelstellungen  $\varphi = 0^\circ, 180^\circ$  und seine extremalen Beschleunigungen  $\ddot{s}_{extr.} = \pm l_1 \omega_{10}^2$  in den Kurbelstellungen  $\varphi = 90^\circ, 270^\circ$ .

Der Weg  $s$  des Schiebers 3 bei der nichtversetzten Schubkurbel (Bild 1b) mit  $\lambda = l_1/l_2$  gehorcht der Gesetzmäßigkeit

$$\frac{s}{l_1} = \sin \varphi + \frac{1}{\lambda} \cos \psi. \quad (2a)$$

wobei sich der Koppelwinkel  $\psi$  aus

$$\sin \psi = -\lambda \cos \varphi \quad (2b)$$

ergibt, so dass sich die Übertragungsfunktion 0. Ordnung auch in der Form

$$\frac{s}{l_1} = \sin \varphi + \frac{1}{\lambda} \sqrt{1 - (\lambda \cos \varphi)^2} \quad (3)$$

schreiben lässt. Diese mit jedem Kurbelumlauf periodische Funktion lässt sich in die Fourierreihe

$$\frac{s}{l_1} = A_0 + \sin \varphi - \frac{1}{4} A_2 \cos 2\varphi - \frac{1}{16} A_4 \cos 4\varphi \pm \dots \quad (4)$$

entwickeln mit

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{4} \lambda - \frac{3}{64} \lambda^3 - \dots, \\ A_2 &= \lambda + \frac{1}{4} \lambda^3 + \dots, \\ A_4 &= \frac{1}{4} \lambda^3 + \dots. \end{aligned} \quad (5a,b,c)$$

Die Fourierreihe zeigt, dass in der Übertragungsfunktion 0. Ordnung, abgesehen von der Konstanten  $A_0$ , nicht nur die erste Harmonische, sondern auch alle geradzahigen Harmonischen vorkommen. Für Werte  $\lambda \equiv l_1/l_2 < 0,4$  kann die Fourierreihe in guter Näherung nach der zweiten Harmonischen abgebrochen und zur Berechnung des bezogenen Schubweges  $s/l_1$  herangezogen werden (Bild 3 für  $\lambda = 0,333$ ). In Bild 3 ist auch die bezogene Differenz  $\Delta s/l_1$  zwischen den Werten aus dieser genäherten und der exakten Berechnung des bezogenen Schubweges nach Gl.(3) für  $\lambda = 0,333$  eingezeichnet.

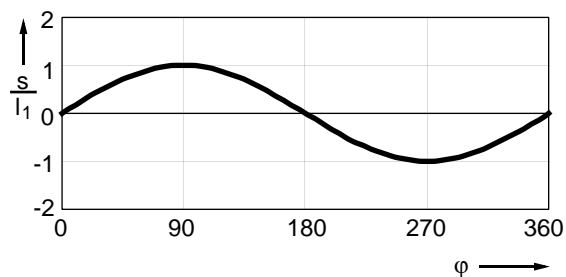
Bei einer konstanten Antriebswinkelgeschwindigkeit  $\dot{\varphi} = d\varphi/dt = \omega_{10}$  erreicht der Schieber seine extremale Geschwindigkeit in den Kurbelstellungen

$$\varphi_{1,2} = \arcsin \left[ \frac{1}{4\lambda} (-1 \pm \sqrt{1 + 8\lambda^2}) \right]$$

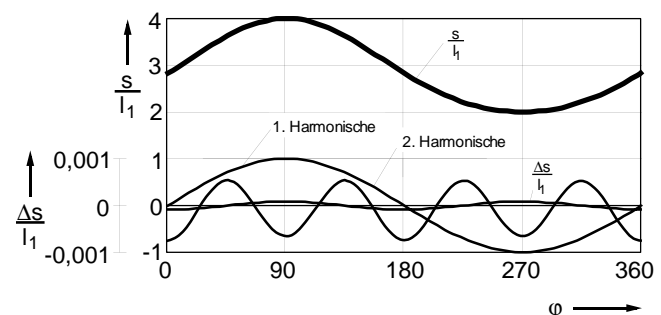
seine extremalen Beschleunigungen in den Kurbelstellungen

$$\begin{aligned} \varphi = 90^\circ, 270^\circ \quad \text{mit} \quad \ddot{s}(90^\circ) &= -l_1 \omega_{10}^2 (1 + \lambda) \\ \text{bzw.} \quad \ddot{s}(270^\circ) &= l_1 \omega_{10}^2 (1 - \lambda). \end{aligned}$$

Bei der Entscheidung für das eine oder andere Getriebe spielen häufig auch die Massenwirkungen eine entscheidende Rolle. Da in der Übertragungsfunktion der Kreuzschubkurbel nur die erste Harmonische mit der Umlaufkreisfrequenz  $\omega_{10}$  vorkommt, ist ein vollständiger Massenausgleich durch Ausgleichsmassen möglich, die mit der Kurbelwinkelgeschwindigkeit  $\omega_{10}$  umlaufen.



**Bild 2.** Bezogener Weg  $s/l_1$  des Kreuzschiebers 3 bei der rechtwinkligen Kreuzschubkurbel



**Bild 3.** Bezogener Weg  $s/l_1$  des Schiebers 3 bei der nichtversetzten Schubkurbel mit  $\lambda = 0,333$