

Modellgetriebe zum Satz von Roberts/Tschebyschev

- Dreifache Erzeugung der Koppelkurven ebener viergliedriger Drehgelenkgetriebe
- Punktführungsgetriebe zur Umwandlung einer Drehung in eine Punktführung (Koppelkurve)

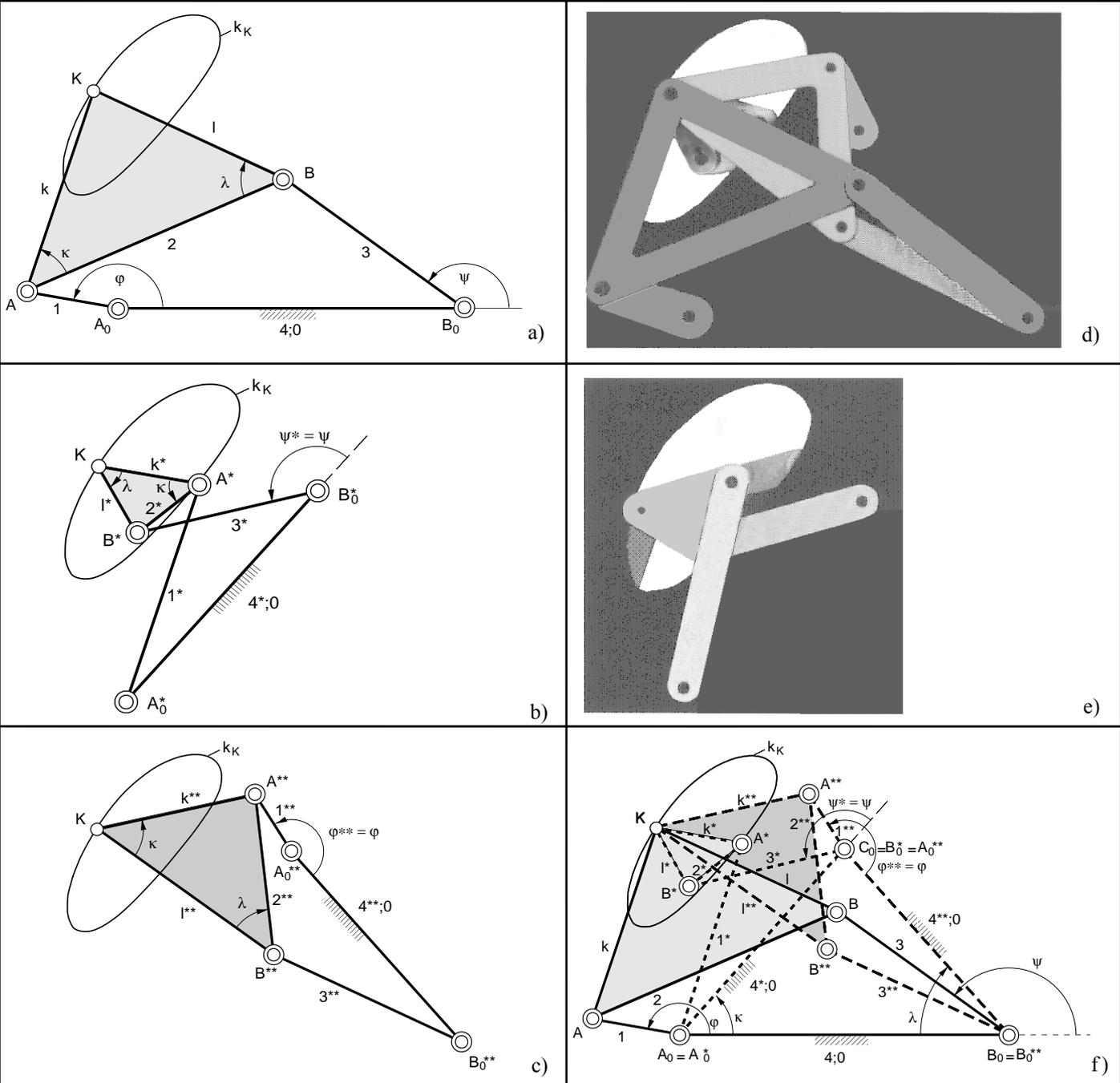


Bild 1. Modellgetriebe zum Satz von Roberts/Tschebyschev

- a) Kinematisches Schema des Ausgangsgetriebes (Kurbelschwinge)
- b) Kinematisches Schema des 1. Ersatzgetriebes (Doppelschwinge)
- c) Kinematisches Schema des 2. Ersatzgetriebes (Kurbelschwinge)
- d) Modellgetriebe: Ausgangs- und 2. Ersatzgetriebe
- e) Modellgetriebe: 1. Ersatzgetriebe (Rückseite des Modells)
- f) Grafische Ermittlung der Ersatzgetriebe
- g) Strukturbild des ebenen viergliedrigen Drehgelenkgetriebes

Symbole im Strukturbild:

D für Drehung **S** für Schiebung **W** für Schraubung (Windung)

Beispiel **D₂S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

Antriebsgelenk; Abtriebsglied

Zugriffsmerkmale:

Anzahl der Antriebsgelenke : 1, davon 1 am Gestell beim Ausgangs- und 2. Ersatzgetriebe, davon 0 am Gestell beim 1. Ersatzgetriebe
 Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 0 am Gestell
 Anzahl der Glieder : 4, davon 4 binär
 Anzahl der Gelenke : 4, davon 4 Drehgelenke (D)

Abmessungen (in Längeneinheiten):

Ausgangsgetriebe

$l_1 = A_0A = 4$; $l_2 = AB = 12$; $l_3 = B_0B = 9,3$; $l_4 = A_0B_0 = 14,6$;
 $k = AK = 9$; $l = BK = 9$.

1. Ersatzgetriebe

$l_1^* = A^*A^* = 9$; $l_2^* = A^*B^* = 3$; $l_3^* = B_0^*B^* = 7$; $l_4^* = A_0^*B_0^* = 11$;
 $k^* = A^*K = 4$; $l^* = B^*K = 3$.

2. Ersatzgetriebe

$l_1^{**} = A_0^{**}B^{**} = 3$; $l_2^{**} = A^{**}B^{**} = 7$; $l_3^{**} = B_0^{**}B^{**} = 9$; $l_4^{**} = A_0^{**}B_0^{**} = 11$;
 $k^{**} = A^{**}K = 7$; $l^{**} = B^{**}K = 9,3$.

Erläuterung:

In der Praxis kommt es häufig vor, dass für eine vorgegebene Punktführungs-Aufgabe zwar ein viergliedriges Kurbelgetriebe mit vier Drehgelenken gefunden wurde, von dem ein Koppelpunkt K die gewünschte Koppelkurve k_K durchläuft, dass jedoch die übrigen Eigenschaften des Gelenkvierecks, wie die Abmessungen der Getriebeglieder, der Verlauf des Übertragungswinkels, die Lagen der Gestellpunkte oder der Platzbedarf, ungünstig sind. Mit Hilfe des Satzes von Roberts/Tschebyschev über die dreifache Erzeugung von Koppelkurven kann man nun zu diesem vorher bestimmten Getriebe zwei weitere Gelenkvierecke ermitteln, die die gleiche Koppelkurve erzeugen, die aber aufgrund anderer Eigenschaften für den Anwendungsfall geeigneter sein können.

Anhand des in **Bild 1** dargestellten Modellgetriebes soll die Vorgehensweise bei der Ermittlung der beiden Ersatzgetriebe aufgezeigt werden. Als Ausgangsgetriebe werde die in Bild 1a skizzierte Kurbelschwinge A_0ABB_0 gewählt, deren Koppelpunkt K des Koppeldreiecks ABK die Koppelkurve k_K beschreibt, wenn die Kurbel 1 mit dem Antriebswinkel φ umläuft.

Gemäß Bild 1f ergänzt man beim Ausgangsgetriebe A_0AK und B_0BK zu Gelenkparallelogrammen A_0AKA^* und B_0BKB^{**} . Die neuen Koppeldreiecke A^*KB^* und $KB^{**}A^{**}$ konstruiert man, indem man sie dem Koppeldreieck ABK gleichsinnig ähnlich macht. Dazu trägt man den Winkel κ im Punkt A^* und den Winkel λ im Punkt K jeweils von A^*K bzw. KA^* ab, wobei der Richtungssinn der gleiche sein muss wie bei dem Ausgangsgetriebe. Entsprechend wird der Winkel κ im Punkt K und der Winkel λ im Punkt B^{**} jeweils von KB^{**} bzw. $B^{**}K$ abgetragen. Sodann wird $A^{**}KB^*$ zu einem Parallelogramm ergänzt, wobei sich als schließender Eckpunkt C_0 ergibt. Für jeden beliebigen Kurbelwinkel $\varphi = \sphericalangle B_0A_0A$ ergibt sich bei dieser Konstruktion stets derselbe Punkt C_0 , was auch rechnerisch nachgewiesen werden kann. Dabei ist das Dreieck $A_0B_0C_0$ zum Koppeldreieck ABK des Ausgangsgetriebes geometrisch ähnlich, womit die Konstruktion kontrolliert werden kann. Der Fixpunkt C_0 kann mit $C_0 = B_0^* = A_0^{**}$ als Drehgelenkpunkt im Gestell für zwei Ersatzgetriebe angesehen werden, welche die gleiche Koppelkurve k_K erzeugen.

Als erstes Ersatzgetriebe erhält man die in Bild 1b dargestellte Doppelschwinge $A_0^*A^*B^*B_0^*$ mit dem Koppeldreieck A^*B^*K . Das zweite Ersatzgetriebe ist die in Bild 1c dargestellte Kurbelschwinge $A_0^{**}A^{**}B^{**}B_0^{**}$ mit dem Koppeldreieck $A^{**}B^{**}K$. Zum anschaulichen Nachweis, dass sowohl das Ausgangsgetriebe als auch die beiden Ersatzgetriebe die gleiche Koppelkurve k_K erzeugen, sind die drei Getriebe in dem entsprechenden Modell (Bild 1d, e) im Koppelpunkt K durch ein Drehgelenk miteinander verbunden.

Für praktische Anwendungen ist es wichtig, dass bei den drei Getrieben die An- bzw. Abtriebswinkel in der in Bild 1f gezeigten Weise paarweise gleich sind, wenn sich die Koppelpunkte der Getriebe an der gleichen Stelle der Koppelkurve befinden. Daraus folgt auch, dass der Geschwindigkeitsverlauf entlang der Koppelkurve bei den verschiedenen Getrieben gleich ist, wenn die entsprechenden Glieder mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit angetrieben werden. So haben das Ausgangsgetriebe und das zweite Ersatzgetriebe gleiche Antriebswinkel ($\varphi = \varphi^{**}$) sowie das Ausgangsgetriebe und das erste Ersatzgetriebe gleiche Abtriebswinkel ($\psi = \psi^*$).

Wenn, wie im vorliegenden Fall, das Ausgangsgetriebe nach dem Satz von Grashof ($l_{\min} + l_{\max} < l' + l''$) umlauffähig ist, so sind auch die Ersatzgetriebe umlauffähig. Umlauffähig gegenüber den beiden Nachbargliedern und dem Gestell ist jeweils das kürzeste Glied des betreffenden Getriebes, also A_0A , A^*B^* bzw. $A_0^{**}A^{**}$. Wäre das Ausgangsgetriebe nicht umlauffähig, so wären die Ersatzgetriebe ebenfalls nicht umlauffähig.

Die Abmessungen der Ersatzgetriebe können auch auf einfache Weise rechnerisch ermittelt werden (**Bild 2**).

	Ausgangsgetriebe	Erstes Ersatzgetriebe	Zweites Ersatzgetriebe
Länge der Kurbel (Schwinge) 1	l_1	$l_1^* = l_2 \frac{k}{l_2} = k$	$l_1^{**} = l_1 \frac{1}{l_2}$
Länge der Koppel 2	l_2	$l_2^* = l_1 \frac{k}{l_2}$	$l_2^{**} = l_3 \frac{1}{l_2}$
Länge der Kurbel (Schwinge) 3	l_3	$l_3^* = l_3 \frac{k}{l_2}$	$l_3^{**} = l_2 \frac{1}{l_2} = 1$
Länge des Gestells 4	l_4	$l_4^* = l_4 \frac{k}{l_2}$	$l_4^{**} = l_4 \frac{1}{l_2}$
Bestimmungsstücke des Koppelpunktes	k	$k^* = l_1$	$k^{**} = l_3 \frac{k}{l_2} = l_3^*$
	1	$l^* = l_1 \frac{1}{l_2} = l_1^{**}$	$l^{**} = l_3$

Bild 2. Rechnerische Ermittlung der kinematischen Abmessungen der Ersatzgetriebe

Literatur:

- [1] Dittrich, G.; Müller, J.: Modellgetriebe zum Satz von Roberts/Tschebyschev. Der Konstrukteur 23 (1992) Nr. 3, S. 29/30.
- [2] Dittrich, G.; Braune, R.: Getriebetechnik in Beispielen. 2. Aufl. München, Wien: Oldenbourg Verlag, 1987.
- [3] Meyer zur Capellen, W.: Bemerkungen zum Satz von Roberts über die dreifache Erzeugung der Koppelkurve. Konstruktion 8 (1956) Heft 7, S. 268-270.
- [4] Beyer, R.: Kinematische Getriebesynthese. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer Verlag, 1953.
- [5] Soni, A.H.: Mechanism Synthesis and Analysis. Washington D.C.: Scripta Book Company, 1974.

Autor: Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich

Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000