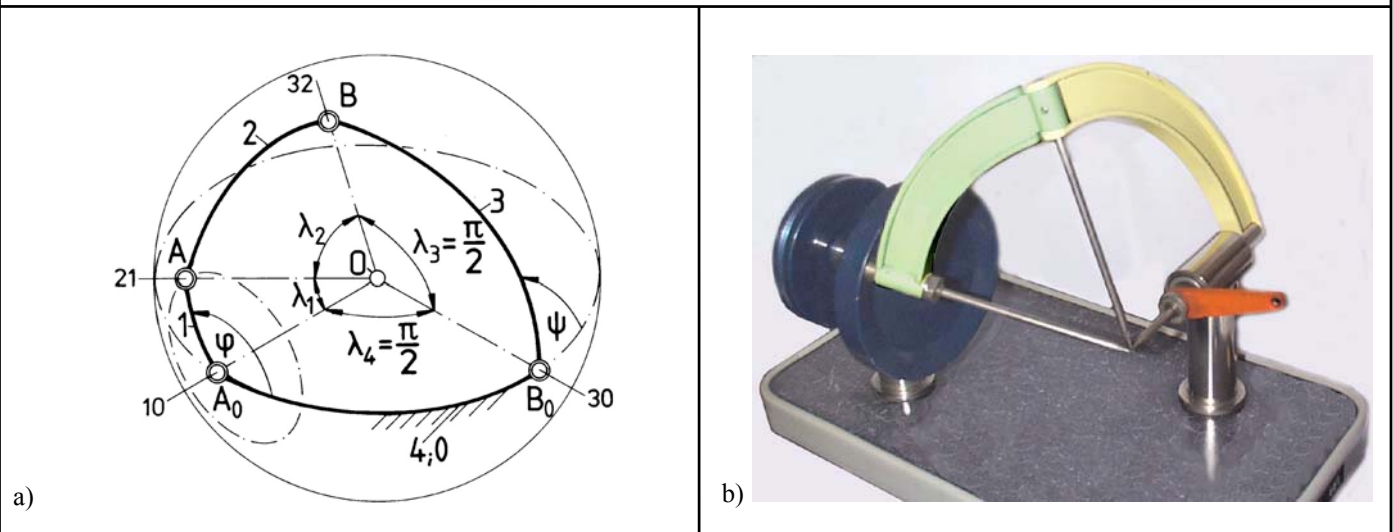


# Sphärische nichtversetzte Schubkurbel

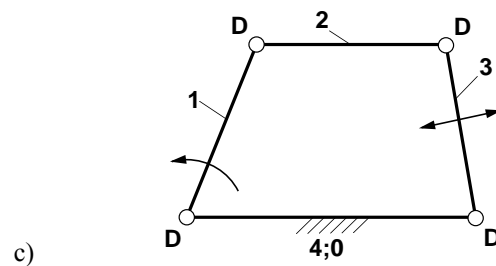
250

- Übertragungsgetriebe zur Umwandlung einer umlaufenden Drehung in eine schwingende Drehung
- Sphärisches viergliedriges Drehgelenkgetriebe



**Bild 1.** Sphärische nichtversetzte Schubkurbel

- a) Kinematisches Schema
- b) Getriebemodell
- c) Strukturbild



**Symbole im Strukturbild:**

**D** für Drehung      **S** für Schiebung      **W** für Schraubung (Wandung)      ↻ Antriebsgelenk;      ↔ Abtriebsglied  
Beispiel **D<sub>2</sub>S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

**Zugriffsmerkmale:**

Anzahl der Antriebsgelenke : 1, davon 1 am Gestell  
Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 1 am Gestell  
Anzahl der Glieder : 4, davon 4 binär  
Anzahl der Gelenke : 4, davon 4 Drehgelenke (D)

**Abmessungen:**

$\sphericalangle A_0OB_0 = \lambda_4 = \pi/2$        $\sphericalangle AOB = \lambda_2 = \pi/3$   
 $\sphericalangle A_0OA = \lambda_1 = \pi/9$        $\sphericalangle B_0OB = \lambda_3 = \pi/2$

**Erläuterung:**

Die sphärische nichtversetzte Schubkurbel (**Bild 1**) ist mit ihren kinematischen Abmessungen  $\lambda_1 < \pi/2$ ,  $\lambda_2 < \pi/2$ ,  $\lambda_3 = \lambda_4 = \pi/2$  eine spezielle sphärische Kurbelschwinge. Das Antriebsglied ist meist die umlaufende Kurbel 1, das Abtriebsglied ist die Schwinge 3. Beide Glieder sind im Gestell 4;0 drehbar gelagert und über die Koppel 2 durch Drehgelenke miteinander verbunden. Es schneiden sich somit nicht nur die Antriebsachse 10 und die Abtriebsachse 30 rechtwinklig, sondern auch die Schwingendrehachsen 32 und 30. Im Modell sind die Zapfen der Drehgelenkachsen 21, 32 und 30 als Stangen verlängert, die sich während der Bewegung des Getriebes ständig in einem Punkt schneiden, wie es für sphärische Getriebe kennzeichnend ist.

Um ein kinematisches Schema zu zeichnen, denkt man sich um den Schnittpunkt O der vier Drehgelenkachsen eine Einheitskugel gelegt. Die Drehgelenkachsen durchstoßen die Kugel in den Gelenkpunkten  $A_0$ , A, B,  $B_0$ , die miteinander durch Großkreise, den Schnittlinien zwischen den Gliedebenen und der Kugel, zu einem sphärischen Viereck verbunden sind. Die

sphärischen Seitenlängen dieses Vierecks sind die Bogenlängen  $A_0A = \lambda_1$ ,  $AB = \lambda_2$ ,  $B_0B = \lambda_3$  und  $A_0B_0 = \lambda_4$ . Der Kurbelendpunkt A durchläuft mit seinem Kurbelwinkel  $\varphi = \sphericalangle B_0A_0A$  einen Kleinkreis auf der Kugel. Der Abtriebswinkel  $\psi = \sphericalangle A_0B_0B$  wird zwischen der Gestellebene  $A_0OB_0$  und der Schwingenebene  $B_0OB$  gemessen. Wegen der Kreuzungswinkel  $\lambda_3 = \pi/2$  und  $\lambda_4 = \pi/2$  bewegt sich der Schwingenendpunkt B auf einem durch  $A_0$  gehenden Großkreis, d.h. einer "sphärischen Geraden" (**Bild 2a**). Das Getriebe lässt sich deshalb auch als sphärisches Analogon zur ebenen nichtversetzten Schubkurbel ausführen (**Bild 2b**).

**Literatur:**

- [1] Dittrich, G.; Wehn, V.: Sphärische nichtversetzte Schubkurbel. Der Konstrukteur 21 (1990) Nr. 10, S. 21/22.
- [2] Meyer zur Capellen, W., Dittrich, G.; Jansen, B.: Systematik und Kinematik ebener und sphärischer Viergelenkgetriebe. Forschungsbericht Nr. 1611 des Landes Nordrhein-Westfalen. Köln und Opladen: Westdeutscher Verlag 1966.
- [3] Meyer zur Capellen, W.; Dittrich, G.: Systematik sphärischer Viergelenkgetriebe. Ind.-Anz. 87 (1965) Nr. 75, S. 1765/1770.
- [4] Meyer zur Capellen, W.; Rath, W.: Kinematik der sphärischen Schubkurbel. Forschungsbericht Nr. 873 des Landes Nordrhein-Westfalen. Köln und Opladen: Westdeutscher Verlag 1960.
- [5] Dittrich, G.: Die Totlagen der sphärischen Schubkurbel. Ind.-Anz. 89 (1967) Nr. 34, S. 715.
- [6] VDI-AWF (Hrsg.): Richtlinie VDI 2154. Sphärische viergliedrige Kurbelgetriebe. Begriffserklärungen und Systematik. Düsseldorf: VDI-Verlag 1971.

**Autor:** Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich  
Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000

## Übertragungsfunktionen:

In **Bild 3** ist gegenüber den Bildern 1a und 2a ein vereinfachtes kinematisches Schema der sphärischen nichtversetzten Schubkurbel gezeichnet. Zur Berechnung der Übertragungsfunktionen lässt sich das sphärische Gelenkviereck  $A_0ABB_0$  durch Ziehen eines Großkreises von A nach  $B_0$  in die beiden sphärischen Dreiecke  $A_0AB_0$  und  $ABB_0$  zerlegen, in denen die Formeln der sphärischen Trigonometrie benutzt werden können. Der Abtriebswinkel  $\psi$  der Schwinge 3 ergibt sich durch Überlagerung der Winkel  $\psi_s$  und  $\psi_t$ :

$$\psi = \pi - (\psi_s + \psi_t) .$$

Daraus erhält man die Übertragungsfunktionen 1. und 2. Ordnung:

$$\psi' = d\psi/d\varphi = -(\psi'_s + \psi'_t) ;$$

$$\psi'' = d^2\psi/d\varphi^2 = -(\psi''_s + \psi''_t) .$$

Für den Schleifenwinkel  $\psi_s = \psi_s(\varphi)$  und seine Ableitungen gilt unter Berücksichtigung der speziellen Abmessungen  $\lambda_3 = \lambda_4 = \pi/2$ :

$$\sin\psi_s = \frac{\tan\lambda_1 \sin\varphi}{r} ; \quad \cos\psi_s = \frac{1}{r} ;$$

$$\tan\psi_s = \tan\lambda_1 \sin\varphi ;$$

$$\psi'_s = \frac{d\psi_s}{d\varphi} = \frac{\tan\lambda_1 \cos\varphi}{r^2} ;$$

$$\psi''_s = \frac{d^2\psi_s}{d\varphi^2} = -\frac{\tan\lambda_1 \sin\varphi}{r^4} [1 + \tan^2\lambda_1 (1 + \cos^2\varphi)] .$$

Darin ist mit der veränderlichen Bogenlänge  $\widehat{AB}_0 = \lambda_r$

$$r = \frac{\sin\lambda_r}{\cos\lambda_1} = \sqrt{1 + \tan^2\lambda_1 \sin^2\varphi} .$$

Der Winkel  $\psi_t = \psi_t(\varphi)$  sowie seine Ableitungen lassen sich nach den folgenden Gleichungen berechnen:

$$\cos\psi_t = \frac{\cos\lambda_2}{r \cos\lambda_1} ;$$

$$\psi'_t = \frac{d\psi_t}{d\varphi} = \frac{r' \cos\psi_t}{r \sin\psi_t} ;$$

$$\psi''_t = \frac{d^2\psi_t}{d\varphi^2} = \frac{r'' \cos\psi_t - (2r' \sin\psi_t + r \psi'_t \cos\psi_t) \psi'_t}{r \sin\psi_t} .$$

Für die Ableitungen von  $r = r(\varphi)$  gilt:

$$r' = \frac{\tan^2\lambda_1 \sin 2\varphi}{2r} ;$$

$$r'' = \frac{\tan^2\lambda_1 \cos 2\varphi - (r')^2}{r} .$$

Die Abtriebswinkel  $\psi_a$  in der äußeren Totlage und  $\psi_i$  in der inneren Totlage ergeben sich aus

$$\psi_a = \pi - (\lambda_2 + \lambda_1) ,$$

$$\psi_i = \pi - (\lambda_2 - \lambda_1) ,$$

so dass für den Schwingbereichswinkel ("Hub")

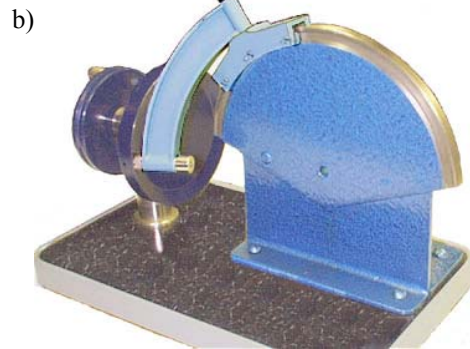
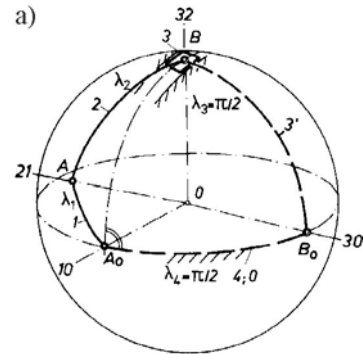
$$\psi_H = \psi_a - \psi_i = 2\lambda_1$$

gilt.

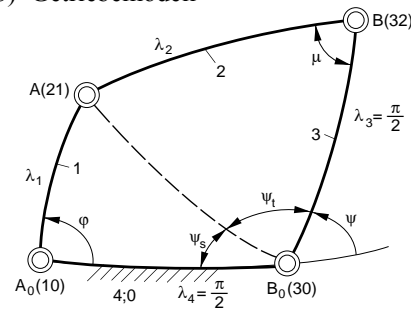
Die Umlauffähigkeit des Getriebes ist für  $\lambda_1 < \lambda_2$  gewährleistet. Als Übertragungswinkel kann der Winkel  $\mu = \sphericalangle B_0BA$  angesehen werden, der für eine gute Bewegungsübertragung während einer Kurbelumdrehung möglichst wenig von  $90^\circ$  abweichen sollte. Die kleinsten, nichtstumpfen Winkelwerte treten in den Gestelllagen der Kurbel auf, sind gleich groß und berechnen sich aus

$$\cos\mu_{\min} = \frac{\sin\lambda_1}{\sin\lambda_2} .$$

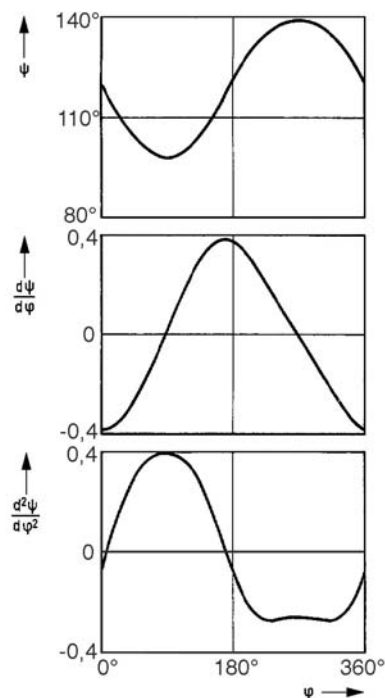
Für das vorliegende Getriebemodell ergibt sich als kleinster Übertragungswinkel  $\mu_{\min} = 66,74^\circ$ .



**Bild 2.** Sphärische nichtversetzte Schubkurbel  
a) Kinematisches Schema  
b) Getriebemodell



**Bild 3.** Vereinfachtes kinematisches Schema der sphärischen Schubkurbel



**Bild 4.** Übertragungsfunktionen 0. bis 2. Ordnung