

Ellipsenrädergetriebe

312

- Übertragungsgetriebe zur Umwandlung einer gleichmäßig umlaufenden Drehung in eine ungleichmäßig umlaufenden Drehung mit einem bereichsweise über und unter eins liegendem Übersetzungsverhältnis

- Ebenes dreigliedriges Standrädergetriebe mit elliptischen Zahnrädern

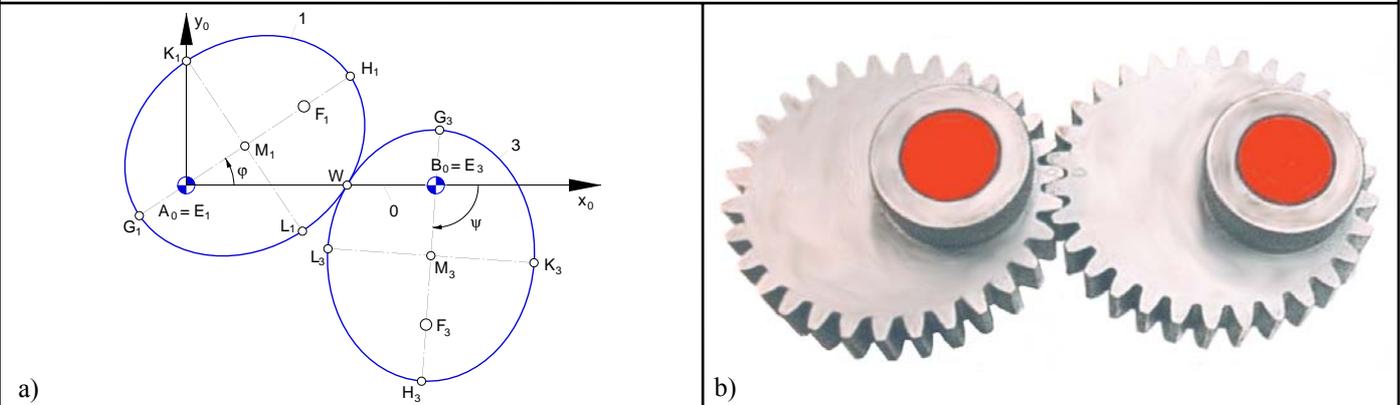
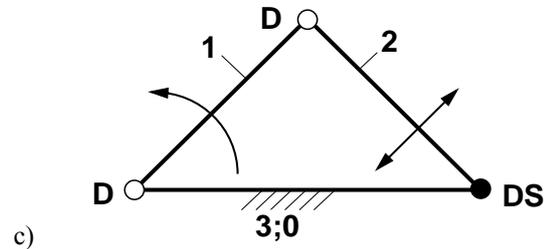


Bild 1. Ellipsenrädergetriebe

- a) Kinematisches Schema
- b) Getriebemodell
- c) Strukturbild



Symbole im Strukturbild:

D für Drehung **S** für Schiebung **W** für Schraubung (Wandung) ↻ Antriebsgelenk; ↔ Abtriebsglied
Beispiel **D₂S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

Zugriffsmerkmale:

Anzahl der Antriebsgelenke : 1, davon 1 am Gestell
Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 1 am Gestell
Anzahl der Glieder : 3, davon 3 binär
Anzahl der Gelenke : 3, davon 2 Drehgelenke (D),
1 Gleitwälgelenk (DS)

Abmessungen (in Längeneinheiten):

Große Halbachse der Ellipsen ($i = 1 ; 3$):
 $\overline{M_i G_i} = \overline{M_i H_i} = a = 5 ;$
Lineare Exzentrizität ($i = 1 ; 3$):
 $\overline{M_i E_i} = \overline{M_i F_i} = e = 2 .$
Daraus ergibt sich:
Kleine Halbachse der Ellipsen ($i = 1 ; 3$):
 $\overline{M_i K_i} = \overline{M_i L_i} = b = \sqrt{a^2 - e^2} = 4,583 ;$
Numerische Exzentrizität: $\varepsilon = \frac{e}{a} = \frac{2}{5} = 0,4 ;$
Gestelllänge: $\overline{A_0 B_0} = 2a = 10 .$

Erläuterung:

Das Getriebe nach **Bild 1** besteht aus zwei kongruenten, un-runden Zahnrädern 1 und 3, die im Gestell 0 in den Punkten A_0 bzw. B_0 drehbar gelagert sind und sich gegenläufig drehen. Die Zahnräder besitzen im Gegensatz zu üblichen Stirnrädern als Wälzkurven statt Kreise Ellipsen mit den Halbachsen a und b . Die Drehpunkte A_0 und B_0 liegen jeweils in einem der Ellipsenbrennpunkte (E_1 bzw. E_3), die gegenüber ihren Ellipsenmittelpunkten (M_1 bzw. M_3) die lineare Exzentrizität e besitzen. Durch die Gestellgerade $A_0 B_0$ sei die x_0 -Achse eines x_0, y_0, z_0 -Koordinatensystems mit dem Ursprung in A_0 festgelegt. Wenn die beiden elliptischen Zahnräder sich drehen, wobei $\sphericalangle B_0 A_0 M_1 = \varphi$ der Antriebswinkel und $\sphericalangle x_0 B_0 M_3 = \psi$ der Abtriebswinkel sei, so wandert der

Wälzpunkt W als Berührungspunkt zwischen den beiden Wälz-ellipsen auf der x_0 -Achse zwischen $x_0^* = (a - e)$ und $x_0^{**} = (2a - e)$. Dadurch ist das Übersetzungsverhältnis $i = \omega_{30z} / \omega_{10z}$ veränderlich. Mit

$$\overline{A_0 W} = r_1(\varphi) = \frac{a^2 - e^2}{a - e \cos \varphi}$$

und

$$\overline{B_0 W} = r_3(\varphi) = 2a - r_1(\varphi)$$

gilt

$$i(\varphi) = \omega_{30z} / \omega_{10z} = -r_1(\varphi) / r_3(\varphi).$$

Das maximale bzw. minimale Übersetzungsverhältnis stellt sich bei $\varphi = 0^\circ$ bzw. $\varphi = 180^\circ$ ein:

$$i_{\max} = i(0^\circ) = -(1 + \frac{2e}{a - e}) = -(1 + \frac{4}{3}) = -2,333 ;$$

$$i_{\min} = i(180^\circ) = -(1 - \frac{2e}{a + e}) = -(1 - \frac{4}{7}) = -0,429 .$$

Literatur:

- [1] Dittrich, G., Wehn, V.: Ellipsenrädergetriebe. Der Konstrukteur 22 (1991) Nr. 1-2, S. 13/14.
- [2] Meyer zur Capellen, W.: Die elliptischen Zahnräder und die Kurbelschleife. Werkstatt und Betrieb 91 (1958) Nr. 1/2, S. 41/45.
- [3] Meyer zur Capellen, W.: Die elliptischen Zahnräder und die elliptischen Schleifen. Feinwerktechnik 62 (1958) Nr. 5, S. 168/170.
- [4] Meyer zur Capellen, W., Schreiber, E.: Kopplung von ebenen und räumlichen Getrieben: Elliptische Zahnräder und sphärische Kurbelschleife. Klepzig Fachberichte 80 (1972) H. 6, S. 267/274.
- [5] Meyer zur Capellen, W., Schreiber, E.: Die Kopplung elliptischer Zahnräder mit der sphärischen Kurbelschleife. Ein Beitrag zur kinematischen Gleichwertigkeit von Getrieben. Proc. 3rd World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Kupari/Jugoslawien 1971. Band F, S. 393/403.

Autor: Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich
Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000

Ersatzgetriebe:

Macht man die Ellipsenbrennpunkte F_1 und F_3 zu Drehgelenkpunkten A bzw. B und verbindet diese durch eine Gelenkstange 2 der Länge \overline{AB} , so erhält man als Ersatzgetriebe die gegenläufige Antiparallelkurbel A_0ABB_0 mit folgenden Abmessungen (**Bild 2**):

$$\begin{aligned} \overline{A_0B_0} &= l_4 = 2a; & \overline{A_0A} &= l_1 = 2e; \\ \overline{AB} &= l_2 = l_4; & \overline{B_0B} &= l_3 = l_1. \end{aligned}$$

Dabei ist das Gliedlängenverhältnis

$$\lambda = \frac{l_1}{l_4} = \frac{e}{a} = \varepsilon$$

gleich der numerischen Exzentrizität der Ellipsen.

Der augenblickliche Geschwindigkeitspol P_{20} der Koppel 2 gegenüber dem Gestell 4;0 ergibt sich für jede Stellung als Schnittpunkt der Geraden A_0A und B_0B , wobei sich die Gerade $P_{20}W$ als Symmetrieachse der Getriebekonfiguration herausstellt. Zum Nachweis der kinematischen Zusammenhänge geht man zweckmäßig von einer gleichläufigen Antiparallelkurbel aus, indem man sich bei der kinematischen Kette A_0ABB_0 Glied 1, d.h. A_0A , als Gestell vorstellt. Der Relativpol P_{31} zwischen den Gliedern 3 und 1 ergibt sich jeweils als Schnittpunkt der Geraden A_0B_0 und AB . Da aus Symmetriegründen $\overline{P_{31}A} = \overline{P_{31}B_0}$ ist, gilt $\overline{A_0P_{31}} + \overline{P_{31}A} = \overline{A_0B_0} = \text{const.}$, woraus folgt, dass die kongruenten Relativpolkurven Ellipsen mit den Brennpunkten A_0 , A bzw. B_0 , B mit den großen Halbachsen $a = \overline{A_0B_0}/2$ und mit der linearen Exzentrizität $e = \overline{A_0A}/2 = \overline{B_0B}/2$ sind. Die beiden zugeordneten Polkurven wälzen bekanntlich aufeinander ab und berühren sich augenblicklich im Wälzpunkt $W = P_{31}$. Die Antiparallelkurbel A_0ABB_0 mit A_0B_0 als Gestell kann auch praktisch als Ersatzgetriebe für das elliptische Zahnradpaar verwendet werden, wenn man durch ein geeignetes Hilfsmittel (z.B. Hilfsverzahnung) dafür sorgt, dass die Durchschlagslagen des Getriebes bei $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 180^\circ$ in der gewünschten Weise durchlaufen werden.

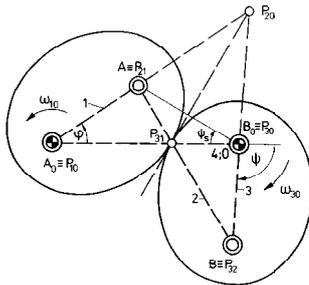


Bild 2. Ellipsenräderpaar mit Ersatzkurbelgetriebe

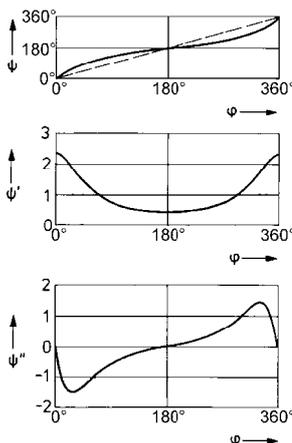


Bild 3. Übertragungsfunktionen 0. bis 2. Ordnung

Übertragungsfunktionen:

Zieht man von A durch B_0 eine Gerade, so wird das Gelenkviereck A_0ABB_0 in das Dreieck A_0B_0A mit dem Schleifenwinkel $\psi_s = \sphericalangle A_0B_0A$ und in das Dreieck AB_0B aufgeteilt. Da am Teildreieck A_0B_0A der Außenwinkel $\sphericalangle P_{20}AB_0 = \varphi + \psi_s$ und dieser gleich dem Winkel $\sphericalangle P_{20}B_0A$ ist, folgt für den Antriebswinkel

$$\psi = \varphi + 2\psi_s.$$

Der Schleifenwinkel ψ_s berechnet sich mit Hilfe der auf $l_4 = \overline{A_0B_0}$ bezogenen veränderlichen Strecke $f = \overline{AB_0}$,

$$r = f/l_4 = \sqrt{1 + \lambda^2 - 2\lambda \cos \varphi},$$

aus

$$\begin{aligned} \sin \psi_s &= \lambda \sin \varphi / r, \\ \cos \psi_s &= (1 - \lambda \cos \varphi) / r. \end{aligned}$$

Zwischen der Übertragungsfunktion 1. Ordnung

$$\psi' = d\psi/d\varphi = (1 - \lambda^2)/r^2$$

und dem Übersetzungsverhältnis besteht der Zusammenhang

$$i(\varphi) = \omega_{30z}/\omega_{10z} = -\psi'(\varphi).$$

Die Übertragungsfunktion 2. Ordnung errechnet sich aus

$$\psi'' = -2\lambda(1 - \lambda^2)\sin\varphi/r^4$$

und ist bei $\omega_{10} = \text{const.}$ ein Maß für die bezogene Winkelbeschleunigung $\alpha_{30z}/\omega_{10z}^2 = -\psi''(\varphi)$.

Die Übertragungsfunktionen 0. bis 2. Ordnung sind in **Bild 3** dargestellt.

Anwendungen:

Elliptische Zahnräder kommen zum Einsatz, wenn während einer Arbeitsperiode bereichsweise eine kleinere und bereichsweise eine größere Winkelgeschwindigkeit als die mittlere Winkelgeschwindigkeit des umlaufenden Arbeitsorgans benötigt werden. Bei einer Flaschenreinigungsmaschine (**Bild 4**) z.B. nehmen umlaufende Einschubstäbe E die Flaschen (F) von einem Tisch T mit geringer Geschwindigkeit auf. Auf dem Weg zu den kontinuierlich bewegten Flaschenzellen (Z) werden die Flaschen ständig beschleunigt und dann mit einer erhöhten Geschwindigkeit in die Flaschenzellen hineingeschoben.

Elliptische Zahnräder lassen sich auch um den Antriebswinkel $\varphi = 180^\circ$ herum verwenden, wenn bei steigendem Antriebswinkel φ der Abtriebswinkel ψ zunächst nur wenig und danach progressiv zunehmen soll. Diese Eigenschaft lässt sich z.B. bei Einstellhebeln für kaltes bis warmes Wasser nutzen, um im mittleren „Komfortbereich“ eine Feineinstellung zu erreichen.

Elliptische Zahnräder sind als Serienerzeugnis erhältlich. Als Getriebe weisen sie u.a. folgende Vorteile auf: wenige Bauteile, dadurch geringe Störanfälligkeit und Wartung; gegenüber Kurbelgetrieben treten keine ungünstigen Übertragungswinkel auf, auch kann der Platzbedarf geringer sein.

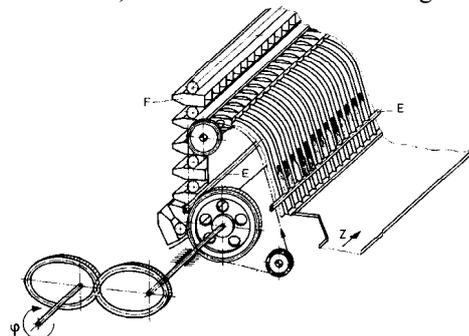


Bild 4. Flaschenreinigungsmaschine