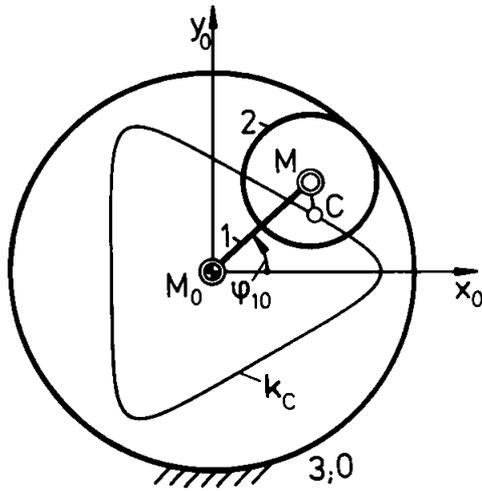


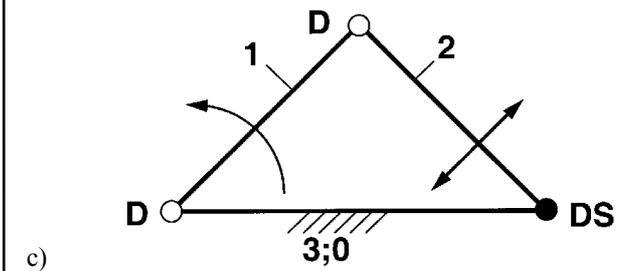
# Rädergetriebe zur Erzeugung einer dreieckigen Hypozykloide 707

- Führungsgetriebe zur Umwandlung einer umlaufenden Drehung in eine spezielle Punktführung (Radlinie)
- Ebenes dreigliedriges Umlaufrädergetriebe



**Bild 1.** Rädergetriebe zur Erzeugung einer dreieckigen Hypozykloide

- a) Kinematisches Schema
- b) Getriebemodell
- c) Strukturbild



**Symbole im Strukturbild:**

**D** für Drehung      **S** für Schiebung      **W** für Schraubung (Windung)      ↻ Antriebsgelenk;      ↔ Abtriebsglied  
Beispiel **D<sub>2</sub>S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

**Zugriffsmerkmale:**

Anzahl der Antriebsgelenke: 1, davon 1 am Gestell  
Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 1 am Gestell  
Anzahl der Glieder : 3, davon 3 binär  
Anzahl der Gelenke : 3, davon 2 Drehgelenke (D),  
1 Gleitwäzlgelenk (DS)

**Abmessungen (in Längeneinheiten):**

$$r_2 = 1 \quad r_3 = 3 \quad r_1 = \overline{M_0M} = r_3 - r_2 = 2$$

$$c = \overline{MC} = \frac{1}{2} r_2 = 0,5$$

**Erläuterung:**

Bei dem vorliegenden Getriebe (**Bild 1**) handelt es sich um ein ebenes, dreigliedriges Umlaufrädergetriebe der Bauform AI mit dem angetriebenen Steg 1, dem außenverzahnten Umlaufrad 2 (A) und dem feststehenden, innenverzahnten Mittelrad 3;0 (I). Es liegt die gleiche Bauform wie in der Getriebebeschreibung Nr. 706 vor, so dass alle allgemeinen Aussagen und Gleichungen über die Radlinien, die von Punkten des Umlaufrades gegenüber dem Gestell 3;0 durchlaufen werden, auch hier gelten. Zudem ist das Radienverhältnis von Umlaufrad 2 und Mittelrad 3 mit  $r_2/r_3 = p/q = 1/3$  dasselbe wie bei dem dortigen Ausgangsgetriebe. Aus dem teilerfremden Verhältnis  $p/q$  mit  $p=1$  und  $q=n=3$  folgt, dass die von einem Punkt C des Umlaufrades 2 bei  $p=1$  Stegumlauf er-

zeugte vollständige Hypozykloide den Mittelpunkt  $p=1$  mal umschreibt und aus  $q=n=3$  Bögen besteht.

Bei dem Getriebemodell wurde auf dem Umlaufrad ein spezieller Punkt C gewählt, der vom Umlaufradmittelpunkt M den Abstand

$$c = \frac{1}{n-1} r_2 = \frac{1}{2} r_2$$

besitzt. In der Ausgangslage beim Antriebswinkel  $\varphi_{10} = 0^\circ$ , liege der Punkt C auf der  $x_0$ -Achse außerhalb der Strecke  $M_0M$  (Bild 1a). Für die Kurbelstellungen  $\varphi_{10} = 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$  fällt der Punkt C mit dem Wendepol W der betreffenden Lage des Umlaufrades 2 zusammen, wobei er innerhalb der Strecke  $M_0M$  liegt (**Bild 2**). Der Wendepol W ist der Schnittpunkt des Wendekreises  $k_W$  mit der Polbahnnormalen  $n_p$ , die mit der jeweiligen Stegrichtung  $MM_0$  zusammenfällt. Die Polbahnnormale  $n_p$  steht senkrecht auf der Polbahntangente  $t_p$  im Umlaufrad-Geschwindigkeitspol P, dem jeweiligen Berührungspunkt zwischen der Gangpolkurve  $k_g$  (Wälzkreis des Umlaufrades 2) und der Rastpolkurve  $k_r$  (Wälzkreis des Mittelrades 3;0).

**Autor:** Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich

Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000

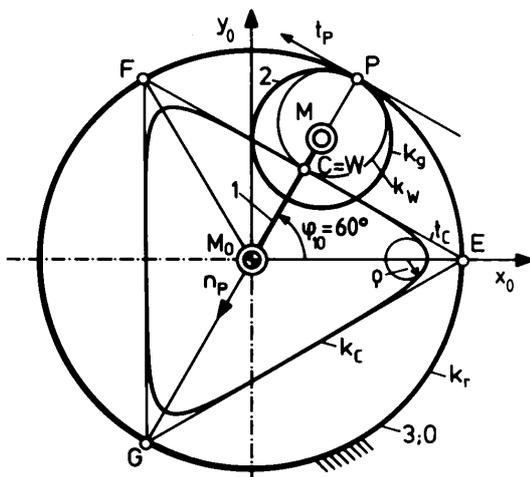
Der Durchmesser  $D = \overline{PW}$  des Wendekreises  $k_W$ , auf dem in der jeweiligen Umlaufstadstellung alle Punkte liegen, die momentan einen Wende- oder Flachpunkt durchlaufen, ist

$$D = \frac{n}{n-1} r_2 = \frac{3}{2} r_2 .$$

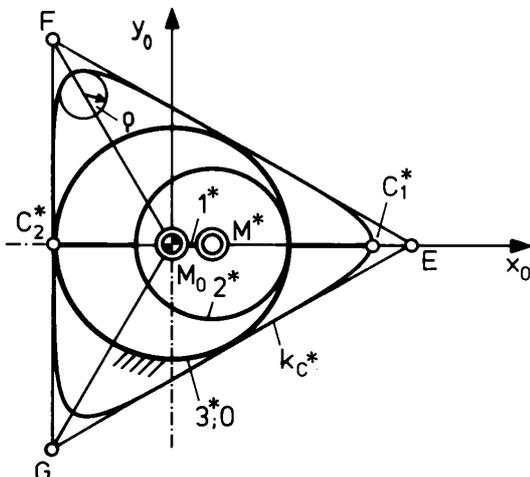
Aus Symmetriegründen durchläuft der mit dem Wendepol  $W$  zusammenfallende Punkt  $C$  des Umlaufrades momentan einen Flachpunkt seiner Bahn, die sich in diesem Bereich besonders gut einer Geraden anschmiegt, nämlich der vierpunktig berührenden Bahntangente  $t_c$  in  $C$ . Die entsprechenden Bahntangenten  $t_c$  in den Stegstellungen  $\varphi_{10} = 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$  bilden ein Dreieck  $EFG$ , welches die Bahnkurve  $k_c$  umschreibt. Die dreieckige Bahnkurve  $k_c$  besitzt jedoch auf den Richtungsgeraden  $M_0E, M_0F, M_0G$  abgerundete Ecken. Auf diesen Geraden hat die Bahnkurve  $k_c$  den Krümmungsradius

$$\rho = \frac{(n-2)^2}{2(n-1)} r_2 = \frac{1}{4} r_2 .$$

So wie hier für  $n = 3$  ein Dreieck, so kann allgemein für  $n \geq 3$  ein  $n$ -Eck mit abgerundeten Ecken durch entsprechende Umlaufstädtergetriebe erzeugt werden.



**Bild 2.** Rädergetriebe nach Bild 1 in der Stellung  $\varphi_{10} = 60^\circ$  mit dem Wendekreis  $k_W$  und dem Wendepol  $W$  des Umlaufrades 2



**Bild 4.** Ersatzrädergetriebe zur Erzeugung der gleichen dreieckigen Hypozykloide wie mit dem Getriebe nach Bild 1

## Gleichungen der Hypozykloide:

Aus der Getriebebeschreibung Nr. 706 können die Zykloiden-gleichungen

$$x_C = r_1 \cos \varphi_{10} + c \cos \left( \frac{r_1}{r_2} \varphi_{10} \right) ,$$

$$y_C = r_1 \sin \varphi_{10} - c \sin \left( \frac{r_1}{r_2} \varphi_{10} \right)$$

übernommen werden, die mit den speziellen Beziehungen

$$r_1 = r_3 - r_2 , \quad r_3 = 3 r_2 , \quad c = \frac{1}{2} r_2$$

die folgende Form annehmen:

$$\frac{x_C}{r_2} = 2 \cos \varphi_{10} + \frac{1}{2} \cos 2\varphi_{10} ,$$

$$\frac{y_C}{r_2} = 2 \sin \varphi_{10} - \frac{1}{2} \sin 2\varphi_{10} .$$

Um die Güte der Geradföhrung aufzuzeigen, ist in **Bild 3** für den Antriebswinkelbereich  $180^\circ \leq \varphi_{10} \leq 240^\circ$  die Abweichung  $\Delta x_C = x_C(180^\circ) - x_C(\varphi)$ , bezogen auf den Radius  $r_2$ , aufgetragen.

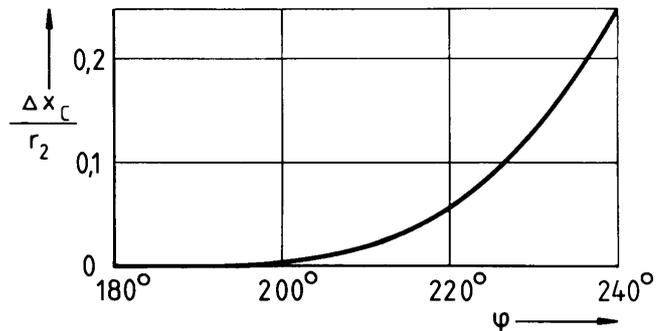
## Doppelte Erzeugung der Hypozykloide:

Jede Hypozykloide kann durch zwei verschiedene Grundrädergetriebe erzeugt werden. Die Abmessungen des Ersatzrädergetriebes (**Bild 4**) ergeben sich aus

$$r_{2*} = c \frac{r_1}{r_2} = 1 ; \quad r_{1*} = \overline{M_0 M^*} = c = 0,5 ;$$

$$r_{3*} = c \frac{r_3}{r_2} = 1,5 ; \quad c^* = \overline{M^* C^*} = r_1 = 2 .$$

Das Ersatzrädergetriebe hat ebenfalls die Bauform AI, jedoch mit dem Radienverhältnis  $r_{2*}/r_{3*} = p^*/q^* = 2/3$ . Zur Erzeugung der vollständigen Radlinie sind  $p^* = 2$  Umläufe des Steges in entgegengesetztem Drehsinn erforderlich. Auf dem Umlaufstad gibt es jeweils  $p^* = 2$  Punkte ( $C_{1*}$  und  $C_{2*}$ ), die dieselbe dreieckige Bahnkurve durchlaufen.



**Bild 3.** Güte der Geradföhrung

## Literatur:

- [1] Dittrich, G., Wehn, V.: Rädergetriebe zur Erzeugung einer dreieckigen Hypozykloide. Der Konstrukteur 20 (1989) Nr. 11, S. 23/24.
- [2] Meyer zur Capellen, W.: Erzeugung des  $n$ -Ecks mit abgerundeten Ecken. Getriebetechnik 4 (1936) Nr. 1, S. 44/47.
- [3] Dittrich, G., Braune, R.: Getriebetechnik in Beispielen. 2. Auflage. München, Wien: Oldenbourg-Verlag 1987.