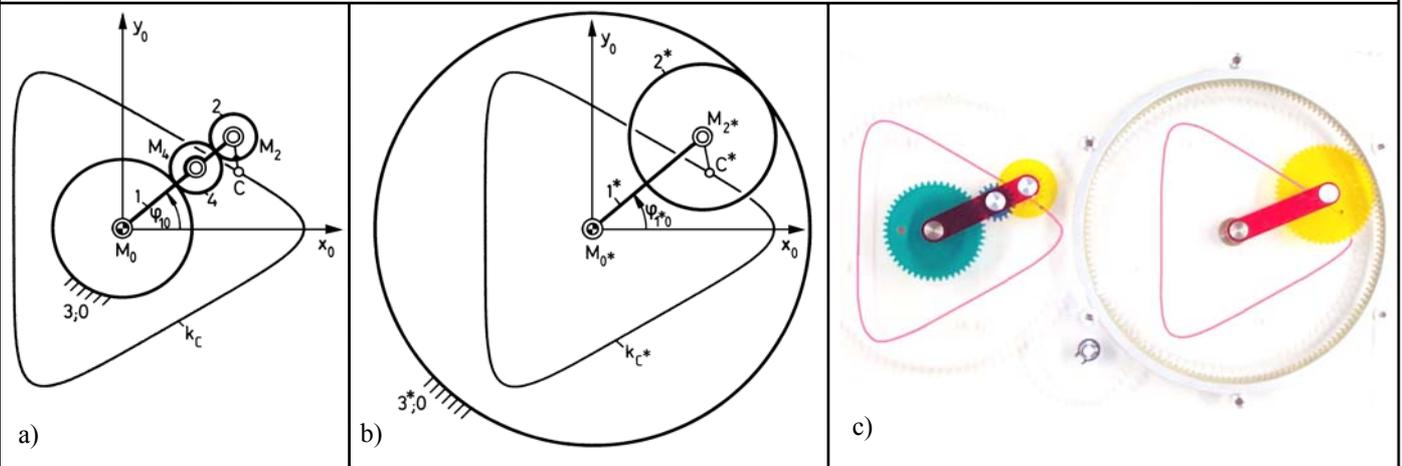
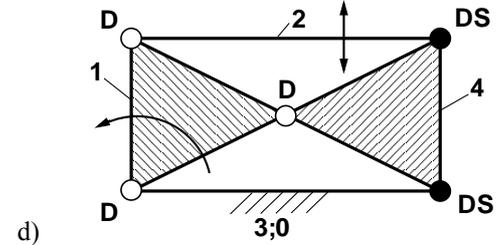


# Rädergetriebe zur Erzeugung einer dreieckigen Hypozykloide 711

- Führungsgetriebe zur Umwandlung einer umlaufenden Drehung in eine spezielle Punktführung (Radlinie)
- Ebenes zweistufiges Umlaufrädergetriebe als Ersatzgetriebe für ein ebenes einstufiges Umlaufrädergetriebe



**Bild 1.** Rädergetriebe zur Erzeugung einer dreieckigen Hypozykloide  
a) Kinematisches Schema des zweistufigen Umlaufrädergetriebes  
b) Kinematisches Schema des einstufigen Umlaufrädergetriebes  
c) Getriebemodell mit dem zweistufigen (links) und dem einstufigen (rechts) Umlaufrädergetriebe  
d) Strukturbild des zweistufigen Umlaufrädergetriebes



**Symbole im Strukturbild:**

**D** für Drehung    **S** für Schiebung    **W** für Schraubung (Windung)    ↻ Antriebsgelenk;    ↔ Abtriebsglied  
Beispiel **D2S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

**Zugriffsmerkmale:**

Anzahl der Antriebsgelenke: 1, davon 1 am Gestell  
Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 0 am Gestell  
Anzahl der Glieder : 4, davon 2 binär, 2 ternär  
Anzahl der Gelenke : 5, davon 3 Drehgelenke (D),  
2 Gleitwälgelenke (DS)

**Abmessungen (in Längeneinheiten):**

Zweistufiges Umlaufrädergetriebe (**Bild 1a**)  
 $r_2 = 8$      $r_3 = 24$      $r_4 = 9$   
 $r_1 = \overline{M_0 M_2} = r_2 + r_3 + 2r_4 = 50$      $c = \overline{M_2 C} = 12,5$

Einstufiges Umlaufrädergetriebe (**Bild 1b**)  
 $r_2^* = 25$      $r_3^* = 75$   
 $r_1^* = \overline{M_0^* M_2^*} = r_3^* - r_2^* = 50$      $c^* = \overline{M_2^* C^*} = 12,5$

**Erläuterung:**

Bei dem Modell (**Bild 1c**) sind auf einer Grundplatte zwei Umlaufrädergetriebe angeordnet, bei denen jeweils ein Punkt des Umlaufrades die gleiche Hypozykloide durchläuft. Das linke Getriebe, dessen kinematisches Schema in Bild 1a und dessen Strukturbild in **Bild 1d** dargestellt sind, ist ein zweistufiges, viergliedriges Umlaufrädergetriebe mit dem angetriebenen, im Gestell 0 umlaufenden Steg 1, dem feststehenden, außenverzahnten Mittelrad 3;0 und den beiden im Steg gelagerten, außenverzahnten Rädern 2 und 4. Dabei kämmt das Zwischenrad 4 einerseits mit dem Mittelrad 3 und

andererseits mit dem Umlaufrad 2. Der gewählte Punkt C des Umlaufrades 2 durchläuft eine spezielle Radlinie (Zykloide), nämlich ein Dreieck mit abgerundeten Ecken (siehe Getriebebeschreibung Nr. 707).

Das rechte Getriebe, dessen kinematisches Schema in Bild 1b dargestellt ist, ist ein einstufiges, dreigliedriges Umlaufrädergetriebe mit dem angetriebenen, im Gestell 0 umlaufenden Steg 1\*, dem feststehenden, innenverzahnten Mittelrad 3\*;0 und dem außenverzahnten Umlaufrad 2\*. Die Steglängen beider Getriebe sind gleich:  $r_1 \equiv \overline{M_0 M_2} = \overline{M_0^* M_2^*} \equiv r_1^*$ . Die Radien der Räder sind so gewählt, dass der Punkt C\* des Umlaufrades 2\*, der vom Mittelpunkt  $M_2^*$  den gleichen Abstand besitzt wie der Punkt C von  $M_2$  ( $c = c^*$ ), die gleiche dreieckige Hypozykloide durchläuft.

Im Modell sind die Stege (1, 1\*) der beiden Getriebe durch Zahnräder auf der Rückseite der Grundplatte (auf dem Foto nicht sichtbar) so miteinander gekoppelt, dass sie sich stets parallel zueinander bewegen. Dadurch nehmen die Punkte C bzw. C\* bei gleicher Ausgangslage bei  $\varphi_{10} = 0^\circ$  auch in allen anderen Stegstellungen auf ihren Radlinien entsprechende Positionen ein.

**Autor:** Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich

Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000

Betrachtet man in Bild 1b zunächst nur den Zweischlag  $M_0^*M_2^*C^*$ , so wird deutlich, dass der Punkt  $C^*$  dann eine Radlinie beschreibt, wenn das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten

$$i_{20/10}^* = \frac{\omega_{2^*0z}}{\omega_{1^*0z}} = \text{const.}$$

ist.

Das ist am einfachsten mit dem einstufigen, dreigliedrigen Umlaufrädergetriebe nach Bild 1b gewährleistet, wobei hier

$$i_{20/10}^* = \frac{\omega_{2^*0z}}{\omega_{1^*0z}} = -\frac{r_1^*}{r_2^*} = \left(1 - \frac{r_3^*}{r_2^*}\right) = -2$$

gilt. Die genannte Bedingung kann aber auch durch andere Umlaufrädergetriebe erfüllt werden.

In **Bild 2** ist z.B. ein zweistufiges Umlaufrädergetriebe dargestellt, das im Aufbau dem Getriebe in Bild 1a gleich ist, aber kein feststehendes, sondern ein um  $M_0$  drehbares Mittelrad 3 besitzt, so dass bei 2 Freiheitsgraden Zwanglauf durch zwei Antriebe gewährleistet wird. Treibt man den Steg 1 und das Mittelrad 3 an, so ergibt sich nach Willis die Winkelgeschwindigkeit des Umlaufrades 2 aus

$$\omega_{20z} = (1 - i_0)\omega_{10z} + i_0\omega_{30z}$$

wobei hier für das Standübersetzungsverhältnis

$$i_0 \equiv \frac{\omega_{21z}}{\omega_{31z}} = \frac{r_3}{r_2}$$

gilt. Ein gefordertes Winkelgeschwindigkeitsverhältnis

$$i_{20/10} \equiv \frac{\omega_{20z}}{\omega_{10z}} = 1 - i_0 \left(1 - \frac{\omega_{30z}}{\omega_{10z}}\right)$$

kann durch geeignete Wahl des Standübersetzungsverhältnisses  $i_0$  und des Antriebswinkelgeschwindigkeitsverhältnisses  $\omega_{30z}/\omega_{10z}$  realisiert werden. Das bedeutet auch, dass durch Veränderung des Verhältnisses der Antriebswinkelgeschwindigkeiten  $\omega_{10z}$  und  $\omega_{30z}$  mit einem beliebigen Umlaufrädergetriebe ohne geometrische Änderungen verschiedene Radlinien erzeugt werden können. Das jeweils notwendige Verhältnis der Antriebswinkelgeschwindigkeiten ergibt sich aus

$$\frac{\omega_{30z}}{\omega_{10z}} = \frac{i_0 - (1 - i_{20/10})}{i_0}$$

Um z.B. das Winkelgeschwindigkeitsverhältnis

$$i_{20/10} = i_{20/10}^* = -2$$

des Umlaufrädergetriebes nach Bild 1b zu realisieren, ist bei einem gewählten Standübersetzungsverhältnis von

$$i_0 \equiv \frac{r_3}{r_2} = \frac{3}{2}$$

ein Verhältnis der Antriebswinkelgeschwindigkeiten von  $\omega_{30z}/\omega_{10z} = -1$  erforderlich. Aufgrund des Zusammenhangs der Wälzkreisradien

$$r_1 = r_2 + r_3 + 2 r_4$$

des Rädergetriebes nach Bild 2 kann dann der Radius  $r_2$  oder  $r_4$  so gewählt werden, dass die Gleichheit der Steglängen  $r_1 = r_1^*$  gewährleistet ist (z.B. bei  $r_1 = 50$ ,  $r_2 = 12$ ,  $r_3 = i_0 \cdot r_2 = (3/2) \cdot 12 = 18$ ,  $r_4 = 10$  Längeneinheiten).

In Bild 2 sind die Geschwindigkeiten nach Kutzbach am zweistufigen Umlaufrädergetriebe, die alle senkrecht zur Steggeraden  $M_0M_2$  stehen, mit eingezeichnet. Da für die Antriebswinkelgeschwindigkeiten  $\omega_{30z} = -\omega_{10z}$  gilt, liegen die Spitzen  $S_4$ ,  $S_{43}$  der Geschwindigkeitsvektoren des Stegpunktes  $M_4$  und des Wälzpunktes  $W_{43}$  jeweils auf Strahlen durch  $M_0$  unter den gleichen Winkeln  $\vartheta_{10} = \vartheta_{30}$ , aber auf entgegengesetzten Seiten der Steggeraden  $M_0M_2$ . Da die Geschwindigkeiten der Punkte  $M_4$  und  $W_{43}$  auch Geschwindigkeiten der entsprechenden Punkte des Rades 4 sind, liefert die Gerade  $S_{43}S_4$  als Schnittpunkt mit der Steggeraden den Geschwindigkeitspol  $P_{40}$  und mit der Senkrechten im Wälzpunkt  $W_{42}$  die Spitze  $S_{42}$  dessen Geschwindigkeitsvektors. Die Gerade  $S_{42}S_2$ , wobei  $S_2$  die Spitze des Geschwindigkeitsvektors des Steg- bzw. Radmittelpunktes  $M_2$  ist, ergibt als Schnittpunkt mit der verlängerten Steggeraden  $M_0M_2$  den Geschwindigkeitspol  $P_{20}$ . Damit lässt sich in Bild 2 das zum zweistufigen Umlaufrädergetriebe gehörige einstufige Grundrädergetriebe (strichpunktiert) mit einzeichnen, denn sein Umlaufrad  $2^*$  muss denselben Geschwindigkeitspol  $P_{20}$  haben, durch den dann auch der Wälzkreis des feststehenden Mittelrades  $3^*$  verläuft.

Allgemein lässt sich für das zweistufige Umlaufrädergetriebe das Standübersetzungsverhältnis  $i_0$  auch so wählen, dass sich eine Antriebswinkelgeschwindigkeit  $\omega_{30z} = 0$  und damit ein feststehendes Mittelrad 3 ergibt.

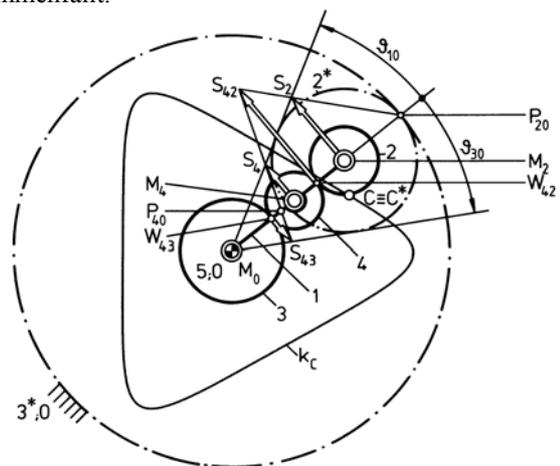
In diesem Fall muss

$$i_0 = 1 - i_{20/10}$$

sein.

Diese Bedingung wurde bei dem Getriebemodell (Bild 1c) bei  $i_{20/10} = i_{20/10}^* = -2$  durch das Standübersetzungsverhältnis  $i_0 \equiv r_3/r_2 = 3$  erfüllt.

Beiläufig sei erwähnt, dass nun die Geschwindigkeitskonstruktion nach Bild 2 nur so modifiziert werden muss, dass der Geschwindigkeitspol  $P_{40}$  mit dem Wälzpunkt  $W_{43}$  zusammenfällt.



**Bild 2.** Zweistufiges Umlaufrädergetriebe mit den angetriebenen Gliedern 1 und 3 sowie zugehöriges einstufiges Grundrädergetriebe mit feststehendem Mittelrad  $3^*$

#### Literatur:

- [1] Dittrich, G., Wehn, V.: Rädergetriebe zur Erzeugung einer dreieckigen Hypozykloide. Der Konstrukteur 21 (1990) Nr5, S. 21/22.
- [2] Dittrich, G., Braune R.: Getriebetechnik in Beispielen. Grundlagen und 46 Aufgaben aus der Praxis. München, Wien: R. Oldenbourg Verlag 1978, 2. Aufl. 1987.