

Rädergetriebe zur Erzeugung einer dreieckigen Hypozykloide 711

- Führungsgetriebe zur Umwandlung einer umlaufenden Drehung in eine spezielle Punktführung (Radlinie)
- Ebenes zweistufiges Umlaufrädergetriebe als Ersatzgetriebe für ein ebenes einstufiges Umlaufrädergetriebe

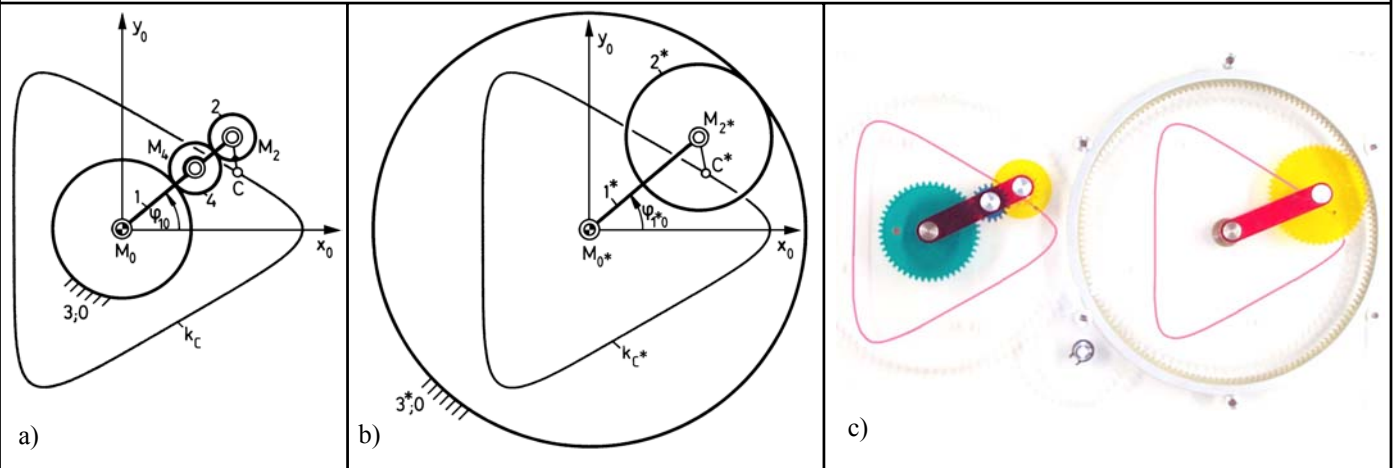
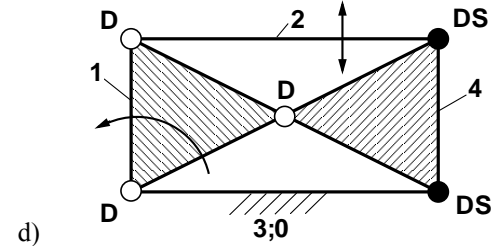


Bild 1. Rädergetriebe zur Erzeugung einer dreieckigen Hypozykloide
a) Kinematisches Schema des zweistufigen Umlaufrädergetriebes
b) Kinematisches Schema des einstufigen Umlaufrädergetriebes
c) Getriebemodell mit dem zweistufigen (links) und dem einstufigen (rechts) Umlaufrädergetriebe
d) Strukturbild des zweistufigen Umlaufrädergetriebes



Symbole im Strukturbild:

D für Drehung **S** für Schiebung **W** für Schraubung (Windung) ↻ Antriebsgelenk; ↔ Abtriebsglied
Beispiel **D2S**: Gelenk mit dem Freiheitsgrad 3; 2 Drehungen, 1 Schiebung

Zugriffsmerkmale:

Anzahl der Antriebsgelenke: 1, davon 1 am Gestell
Anzahl der Abtriebsglieder : 1, davon 0 am Gestell
Anzahl der Glieder : 4, davon 2 binär, 2 ternär
Anzahl der Gelenke : 5, davon 3 Drehgelenke (D),
2 Gleitwälgelenke (DS)

Abmessungen (in Längeneinheiten):

Zweistufiges Umlaufrädergetriebe (**Bild 1a**)
 $r_2 = 8$ $r_3 = 24$ $r_4 = 9$
 $r_1 = \overline{M_0 M_2} = r_2 + r_3 + 2r_4 = 50$ $c = \overline{M_2 C} = 12,5$

Einstufiges Umlaufrädergetriebe (**Bild 1b**)
 $r_2^* = 25$ $r_3^* = 75$
 $r_1^* = \overline{M_0^* M_2^*} = r_3^* - r_2^* = 50$ $c^* = \overline{M_2^* C^*} = 12,5$

Erläuterung:

Bei dem Modell (**Bild 1c**) sind auf einer Grundplatte zwei Umlaufrädergetriebe angeordnet, bei denen jeweils ein Punkt des Umlaufrades die gleiche Hypozykloide durchläuft. Das linke Getriebe, dessen kinematisches Schema in Bild 1a und dessen Strukturbild in **Bild 1d** dargestellt sind, ist ein zweistufiges, viergliedriges Umlaufrädergetriebe mit dem angetriebenen, im Gestell 0 umlaufenden Steg 1, dem feststehenden, außenverzahnten Mittelrad 3;0 und den beiden im Steg gelagerten, außenverzahnten Rädern 2 und 4. Dabei kämmt das Zwischenrad 4 einerseits mit dem Mittelrad 3 und

andererseits mit dem Umlaufrad 2. Der gewählte Punkt C des Umlaufrades 2 durchläuft eine spezielle Radlinie (Zykloide), nämlich ein Dreieck mit abgerundeten Ecken (siehe Getriebebeschreibung Nr. 707).

Das rechte Getriebe, dessen kinematisches Schema in Bild 1b dargestellt ist, ist ein einstufiges, dreigliedriges Umlaufrädergetriebe mit dem angetriebenen, im Gestell 0 umlaufenden Steg 1*, dem feststehenden, innenverzahnten Mittelrad 3*;0 und dem außenverzahnten Umlaufrad 2*. Die Steglängen beider Getriebe sind gleich: $r_1 \equiv \overline{M_0 M_2} = \overline{M_0^* M_2^*} \equiv r_1^*$. Die Radien der Räder sind so gewählt, dass der Punkt C* des Umlaufrades 2*, der vom Mittelpunkt M_2^* den gleichen Abstand besitzt wie der Punkt C von M_2 ($c = c^*$), die gleiche dreieckige Hypozykloide durchläuft.

Im Modell sind die Stege (1, 1*) der beiden Getriebe durch Zahnräder auf der Rückseite der Grundplatte (auf dem Foto nicht sichtbar) so miteinander gekoppelt, dass sie sich stets parallel zueinander bewegen. Dadurch nehmen die Punkte C bzw. C* bei gleicher Ausgangslage bei $\varphi_{10} = 0^\circ$ auch in allen anderen Stegstellungen auf ihren Radlinien entsprechende Positionen ein.

Autor: Prof. Dr.-Ing. G. Dittrich

Vorveröffentlichung in [1] und Erstveröffentlichung im Internet am 30.05.2000

Betrachtet man in Bild 1b zunächst nur den Zweischlag $M_0^*M_2^*C^*$, so wird deutlich, dass der Punkt C^* dann eine Radlinie beschreibt, wenn das Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten

$$i_{20/10}^* = \frac{\omega_{2^*0z}}{\omega_{1^*0z}} = \text{const.}$$

ist.

Das ist am einfachsten mit dem einstufigen, dreigliedrigen Umlaufrädergetriebe nach Bild 1b gewährleistet, wobei hier

$$i_{20/10}^* = \frac{\omega_{2^*0z}}{\omega_{1^*0z}} = -\frac{r_1^*}{r_2^*} = \left(1 - \frac{r_3^*}{r_2^*}\right) = -2$$

gilt. Die genannte Bedingung kann aber auch durch andere Umlaufrädergetriebe erfüllt werden.

In **Bild 2** ist z.B. ein zweistufiges Umlaufrädergetriebe dargestellt, das im Aufbau dem Getriebe in Bild 1a gleich ist, aber kein feststehendes, sondern ein um M_0 drehbares Mittelrad 3 besitzt, so dass bei 2 Freiheitsgraden Zwanglauf durch zwei Antriebe gewährleistet wird. Treibt man den Steg 1 und das Mittelrad 3 an, so ergibt sich nach Willis die Winkelgeschwindigkeit des Umlaufrades 2 aus

$$\omega_{20z} = (1 - i_0)\omega_{10z} + i_0\omega_{30z}$$

wobei hier für das Standübersetzungsverhältnis

$$i_0 \equiv \frac{\omega_{21z}}{\omega_{31z}} = \frac{r_3}{r_2}$$

gilt. Ein gefordertes Winkelgeschwindigkeitsverhältnis

$$i_{20/10} \equiv \frac{\omega_{20z}}{\omega_{10z}} = 1 - i_0 \left(1 - \frac{\omega_{30z}}{\omega_{10z}}\right)$$

kann durch geeignete Wahl des Standübersetzungsverhältnisses i_0 und des Antriebswinkelgeschwindigkeitsverhältnisses $\omega_{30z}/\omega_{10z}$ realisiert werden. Das bedeutet auch, dass durch Veränderung des Verhältnisses der Antriebswinkelgeschwindigkeiten ω_{10z} und ω_{30z} mit einem beliebigen Umlaufrädergetriebe ohne geometrische Änderungen verschiedene Radlinien erzeugt werden können. Das jeweils notwendige Verhältnis der Antriebswinkelgeschwindigkeiten ergibt sich aus

$$\frac{\omega_{30z}}{\omega_{10z}} = \frac{i_0 - (1 - i_{20/10})}{i_0}$$

Um z.B. das Winkelgeschwindigkeitsverhältnis

$$i_{20/10} = i_{20/10}^* = -2$$

des Umlaufrädergetriebes nach Bild 1b zu realisieren, ist bei einem gewählten Standübersetzungsverhältnis von

$$i_0 \equiv \frac{r_3}{r_2} = \frac{3}{2}$$

ein Verhältnis der Antriebswinkelgeschwindigkeiten von $\omega_{30z}/\omega_{10z} = -1$ erforderlich. Aufgrund des Zusammenhangs der Wälzkreisradien

$$r_1 = r_2 + r_3 + 2 r_4$$

des Rädergetriebes nach Bild 2 kann dann der Radius r_2 oder r_4 so gewählt werden, dass die Gleichheit der Steglängen $r_1 = r_1^*$ gewährleistet ist (z.B. bei $r_1 = 50$, $r_2 = 12$, $r_3 = i_0 \cdot r_2 = (3/2) \cdot 12 = 18$, $r_4 = 10$ Längeneinheiten).

In Bild 2 sind die Geschwindigkeiten nach Kutzbach am zweistufigen Umlaufrädergetriebe, die alle senkrecht zur Steggeraden M_0M_2 stehen, mit eingezeichnet. Da für die Antriebswinkelgeschwindigkeiten $\omega_{30z} = -\omega_{10z}$ gilt, liegen die Spitzen S_4 , S_{43} der Geschwindigkeitsvektoren des Stegpunktes M_4 und des Wälzpunktes W_{43} jeweils auf Strahlen durch M_0 unter den gleichen Winkeln $\vartheta_{10} = \vartheta_{30}$, aber auf entgegengesetzten Seiten der Steggeraden M_0M_2 . Da die Geschwindigkeiten der Punkte M_4 und W_{43} auch Geschwindigkeiten der entsprechenden Punkte des Rades 4 sind, liefert die Gerade $S_{43}S_4$ als Schnittpunkt mit der Steggeraden den Geschwindigkeitspol P_{40} und mit der Senkrechten im Wälzpunkt W_{42} die Spitze S_{42} dessen Geschwindigkeitsvektors. Die Gerade $S_{42}S_2$, wobei S_2 die Spitze des Geschwindigkeitsvektors des Steg- bzw. Radmittelpunktes M_2 ist, ergibt als Schnittpunkt mit der verlängerten Steggeraden M_0M_2 den Geschwindigkeitspol P_{20} . Damit lässt sich in Bild 2 das zum zweistufigen Umlaufrädergetriebe gehörige einstufige Grundrädergetriebe (strichpunktiert) mit einzeichnen, denn sein Umlaufrad 2^* muss denselben Geschwindigkeitspol P_{20} haben, durch den dann auch der Wälzkreis des feststehenden Mittelrades 3^* verläuft.

Allgemein lässt sich für das zweistufige Umlaufrädergetriebe das Standübersetzungsverhältnis i_0 auch so wählen, dass sich eine Antriebswinkelgeschwindigkeit $\omega_{30z} = 0$ und damit ein feststehendes Mittelrad 3 ergibt.

In diesem Fall muss

$$i_0 = 1 - i_{20/10}$$

sein.

Diese Bedingung wurde bei dem Getriebemodell (Bild 1c) bei $i_{20/10} = i_{20/10}^* = -2$ durch das Standübersetzungsverhältnis $i_0 \equiv r_3/r_2 = 3$ erfüllt.

Beiläufig sei erwähnt, dass nun die Geschwindigkeitskonstruktion nach Bild 2 nur so modifiziert werden muss, dass der Geschwindigkeitspol P_{40} mit dem Wälzpunkt W_{43} zusammenfällt.

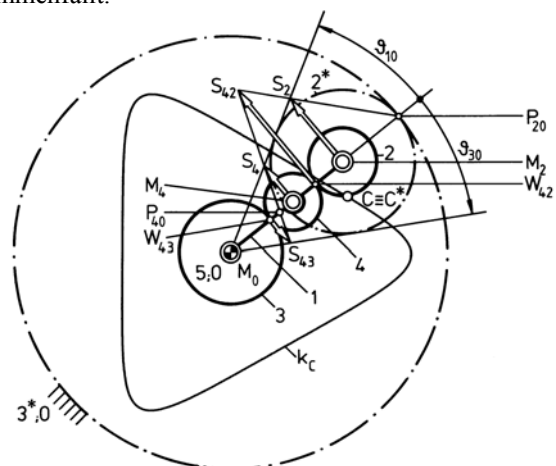


Bild 2. Zweistufiges Umlaufrädergetriebe mit den angetriebenen Gliedern 1 und 3 sowie zugehöriges einstufiges Grundrädergetriebe mit feststehendem Mittelrad 3^*

Literatur:

- [1] Dittrich, G., Wehn, V.: Rädergetriebe zur Erzeugung einer dreieckigen Hypozykloide. Der Konstrukteur 21 (1990) Nr5, S. 21/22.
- [2] Dittrich, G., Braune R.: Getriebetechnik in Beispielen. Grundlagen und 46 Aufgaben aus der Praxis. München, Wien: R. Oldenbourg Verlag 1978, 2. Aufl. 1987.